

Ogni esercizio ha una sola risposta giusta e tre sbagliate.

1. La norma del vettore $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ vale

- (a) 10 (b) $\sqrt{30}$ (c) $\sqrt{10}$ (d) $\sqrt{38}$

2. Quale dei seguenti vettori è ortogonale al vettore $\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$?

- (a) $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ -1 \\ \frac{1}{5} \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -5 \\ 20 \\ -8 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$

3. Per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ i vettori $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha^2 \\ \alpha + 1 \end{pmatrix}$ sono ortogonali?

- (a) $\alpha = -1$ (b) per nessun valore di α (c) solo $\alpha = 0$ (d) $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$

4. Sia $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + y^2 + (z-4)^2 < 4\}$. Il punto $(0, 2, -3)$ è

- (a) interno a E (b) di frontiera e di accumulazione per E
(c) punto isolato di E (d) esterno a E

5. L'insieme $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = y = 0, -1 < z < 1\}$

- (a) è chiuso (b) è aperto
(c) non ha punti di accumulazione (d) non è né aperto né chiuso

6. Dati $A, B \subset \mathbb{R}^3$, non vuoti con A aperto e B chiuso, risulta che $A \setminus B$

- (a) è chiuso (b) non è né aperto né chiuso
(c) dipende dalla scelta di A e B (d) è aperto

7. Dati $A, B \subset \mathbb{R}^3$ non limitati, risulta che

- (a) $A \cup B$ non è mai limitato (b) $A \cap B$ è sempre limitato
(c) $A \cup B$ è sempre limitato (d) $A \cap B$ non è mai limitato

8. L'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |xy| < 1\}$

- (a) non è né aperto né chiuso (b) è limitato
(c) è chiuso (d) non è limitato

9. La frontiera dell'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 \leq 4\}$ è

- (a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$
(b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 4\}$
(c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$
(d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$

10. Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x}{2} < y < 2x\}$. Allora

- (a) $\exists (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in A$ tali che $\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = 0$ (b) $\exists (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in A$ tali che $\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \notin A$
(c) $\exists (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in A$ tali che $\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} > 0$ (d) $\exists (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in A$ tali che $\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} < 0$

11. Trovare l'equazione del piano passante per i punti $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

12. Trovare l'equazione del piano passante per il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e perpendicolare al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.