Corso di Laurea in Informatica	Analisi Matematica	Esercitazione 18 marzo 2021

Ogni esercizio ha una sola risposta giusta e tre sbagliate.

1. Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \neq 0, y \neq -x\}$ e sia $f : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{x^2+y^2}{y^2+xy}$. Allora $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) =$

(a) non esiste (b) $+\infty$ (c) 0 (d) 1

2. $\lim\limits_{(x,y)\to\infty} xy(x^2+y^2-4) =$

(a) 0 (b) -4 (c) $+\infty$ (d) non esiste

3. $\lim\limits_{(x,y)\to\infty} \dfrac{\log\left(\frac{1}{x^2+2y^2}\right)}{x^6+y^4} =$

(a) $+\infty$ (b) $-\infty$ (c) 0 (d) non esiste

4. Per quale dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ la funzione $f : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{x^4+y^4}{y^3+yx^2}$ ha limite per $(x,y) \to (0,0)$?

(a) $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0,\ y > 0\}$ (b) $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \neq 0\}$

(c) $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \dfrac{x}{2} < y < \dfrac{2}{x}\right\}$ (d) $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$

5. Il gradiente della funzione $f(x,y) = \sqrt{x \sin y}$ è:

(a) $\left(\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\sin y}{x}}, \dfrac{x\cos y}{2\sqrt{x \sin y}}\right)$ (b) $\left(\dfrac{1}{2\sqrt{x\sin y}}, \dfrac{1}{2\sqrt{x \sin y}}\right)$

(c) $\left(\dfrac{\cos y}{2\sqrt{x\sin y}}, \dfrac{x}{2\sqrt{\sin y}}\right)$ (d) $\left(\dfrac{\sin y + x\cos y}{2\sqrt{x\sin y}}, \dfrac{\sin x - y\cos x}{2\sqrt{x \sin y}}\right)$

6. Siano $f(x,y) = (x^2+y^2)\sin(x-y)$ e $v = (1,1)$. La derivata direzionale $\dfrac{\partial f}{\partial v}$ è

(a) $2(x+y)$ (b) 0 (c) $2(x+y)\sin(x-y)$ (d) $(x^2+y^2)\cos(x-y)$

7. Sia $f(x,y) = \dfrac{x^4-y^2}{x^2+y^2}$. Tra le seguenti direzioni, in quale la derivata direzionale $\dfrac{\partial f}{\partial v}(1,0)$ è massima?

(a) $v = \left(\dfrac{-\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (b) $v = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ (c) $v = (-1,0)$ (d) $v = (0,1)$

8. Sia $f(x,y) = xy(x+2y-4)$. In quali di questi punti $\|\nabla f(x_0,y_0)\|$ è massima?

(a) $(x_0,y_0) = (1,0)$ (b) $(x_0,y_0) = (0,1)$ (c) $(x_0,y_0) = (1,1)$ (d) $(x_0,y_0) = (0,0)$

9. Sia $f(x,y,z) = x^3 + z^3 - 2xyz + 5$. Allora $\nabla f(1,0,1) =$

(a) $(3,5,3)$ (b) $(3,-2,3)$ (c) $(1,1,5)$ (d) $(0,0,0)$

10. Sia $f(x,y) = \log(9y-3x-3)$. Per quale delle seguenti direzioni v risulta $\dfrac{\partial f}{\partial v}(1,1) = 0$?

(a) $v = (3,1)$ (b) $v = (1,1)$ (c) $v = (3,0)$ (d) $v = (1,-3)$