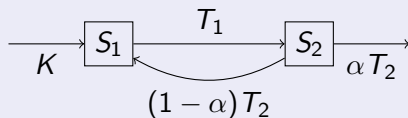


Un sistema di equazioni differenziali

Esercizio

S_1, S_2 popolazioni in due stati. Flussi di migrazioni:

- 1 Flusso (assoluto) K persone/anno entranti in S_1
- 2 Migrazione da S_1 a S_2 con tempo medio T_1 (e quindi rate $\frac{1}{T_1}$)
- 3 Migrazione uscente da S_2 con tempo medio T_2 (e quindi rate $\frac{1}{T_2}$). Di questi, una frazione α va verso l'esterno, e $1 - \alpha$ torna verso S_1 .



Dati di esempio $K = 2000$, $\alpha = 0.3$, $T_1 = 1.5$, $T_2 = 0.9$, intervallo di tempo $[0, 10]$, $S_1(0) = 100$, $S_2(0) = 200$.

Quali sono le equazioni differenziali che regolano il comportamento di S_1, S_2 ?

$$\begin{cases} S_1' = -\frac{1}{T_1} S_1 + \frac{1-\alpha}{T_2} S_2 + K, \\ S_2' = \frac{1}{T_1} S_1 - \frac{1}{T_2} S_2. \end{cases}$$

- 1 Qual è il punto di equilibrio del sistema? $x_* = -A^{-1}b$?
- 2 Il punto di equilibrio è stabile?
- 3 Cosa succede se facciamo partire la simulazione da $x_0 = x_*$?
- 4 Ora scegliamo una matrice U con $U(1, 2) = \frac{10}{T_2}$ e le altre entrate uguali a quelle di A . Ora qual è il punto di equilibrio? È stabile o no?
- 5 Fate partire la simulazione da $x_0 = -U^{-1}b$, il punto di equilibrio. Cosa succede?