3º compitino di MDAL
1 Aprile 2016

Cognome e nome: ....

Numero di matricola: ....Corso e Aula: ....

<u>IMPORTANTE:</u> Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere a matita. Motivare in modo chiaro le risposte. I testi degli esercizi sono su fogli separati su cui vanno scritte le rispettive soluzioni: **scrivere il nome su ciascun foglio**. Mettere entro un riquadro bene evidenziato la soluzione, e nel resto del foglio lo svolgimento.

Esercizio 1. Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

a) Si determini se $A\vec{x} = \vec{0}$ ha zero, una o infinite soluzioni $\vec{x} \in \mathbb{R}^4$ e si trovi una base dello spazio delle soluzioni.
b) Si determini inoltre se $A\vec{x} = \vec{b}$ ha sempre soluzione per ogni $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$ o si trovi un controesempio.

Cognome e nome: ....

Numero di matricola: .... Corso e Aula: ....

Esercizio 2.

a) Si trovino le coordinate del vettore $\vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ rispetto alla base di $\mathbb{R}^2$ costituita dai vettori $\vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ e $\vec{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

b) Si trovino le coordinate del polinomio $p(x) = 2 + x$ rispetto alla base dello spazio dei polinomi di grado ≤ 1 costituita dai polinomi $q_1(x) = 3 + 2x$ e $q_2(x) = 2 + 3x$ (in quest'ordine).

Cognome e nome: . . . .

Numero di matricola: . . . . Corso e Aula: . . . .

Esercizio 3. Vero o falso? Se V è uno spazio vettoriale e $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in V$ sono tali che valgano le seguenti tre condizioni

- $\vec{v}_1 \neq \vec{0}$,
- $\vec{v}_2 \notin \operatorname{span}(\{\vec{v}_1\})$,
- $\vec{v}_3 \notin \operatorname{span}(\{\vec{v}_1, \vec{v}_2\})$,

allora $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ sono linearmente indipendenti. Si trovi una dimostrazione o un controesempio.