

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

---

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

Compito 04/03/2024

---

Il punto con l'asterisco è opzionale

---

Sia  $m$  l'ultima cifra del proprio numero di matricola, e si definisce il parametro  $k$  come

$$k = \begin{cases} m & \text{se } m \geq 5 \\ 9 - m & \text{se } m < 5. \end{cases}$$

Si usi il  $k$  così calcolato per risolvere i seguenti esercizi:

---

*Esercizio 1.* Sia  $k$  il parametro calcolato a partire dal proprio numero di matricola. Sia  $f(x) = \frac{1}{k}x^3 + x - \frac{1}{k}$ .

- (a) Si dica quante sono le soluzioni reali dell'equazione  $f(x) = 0$  e se ne determinino gli intervalli di separazione.
- (b) Si studi la convergenza del Metodo di Newton (convergenza locale, intervallo di convergenza ed ordine)
- (c) Si consideri il metodo di punto fisso  $x_{k+1} = \Phi(x_k)$  con  $\Phi(x) = -\frac{1}{k}(x^3 - 1)$  e se ne studi la convergenza (ordine e intervallo di convergenza locale).

*Esercizio 2.* Sia  $f$  un funzione che può essere calcolata secondo i seguenti due algoritmi

$$f(x) = \frac{x^k + 1}{x^{2k} - 1} = \frac{1}{x^k - 1}.$$

- (a) Si studi il condizionamento del calcolo della funzione.
- (b) Si studi la stabilità del calcolo della funzione secondo i due algoritmi. Si supponga di avere una funzione di libreria  $\text{kpow}(x) = x^k$  che implementa il calcolo di  $x^k$  con un errore algoritmico limitato dalla precisione di macchina.
- (c)\* Sia  $\bar{x} = 1 + 10^{-4}$ . Supponendo di operare in  $\mathcal{F}(10, 6, m, M)$  con troncamento, si dica se  $\bar{x} \in \mathcal{F}$ . Si dica con qual è il valore effettivamente calcolato per  $f(\bar{x})$  operando con troncamento in  $\mathcal{F}$  ed utilizzando il secondo algoritmo. Si ricordi che vale

$$\bar{x}^k = (1+10^{-4})^k = 1 + k 10^{-4} + \frac{k(k-1)}{2} 10^{-8} + \dots + \binom{k}{j} 10^{-4j} + \dots + k 10^{-4(k-1)} + 10^{-4k}.$$