

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

---

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO  
12/06/2024

---

Il punto con l'asterisco è opzionale

---

*Esercizio 1.* Sia

$$f(x) = \frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2}.$$

1. Si studi il condizionamento del calcolo di  $f(x)$  e la stabilità dell'algoritmo individuato dalla formula precedente.
2. Si studi la convergenza, compreso ordine e scelta del punto iniziale, del metodo delle tangenti alle soluzioni di  $f(x) = 0$ .
3. Si consideri il metodo iterativo  $x_{i+1} = \Phi(x_i)$  con

$$\Phi(x) = \frac{x^2 - 6x}{x + 2}.$$

Si verifichi che l'equazione  $x = \Phi(x)$  e  $f(x) = 0$  sono equivalenti e si studi la convergenza locale del metodo iterativo  $x_{i+1} = \Phi(x_i)$ .

4. Si scriva una funzione Matlab `function [xvec, it]=newton(x0, tol)` che esegue passi del metodo di Newton applicato alla funzione  $f(x)$  arrestandosi quando  $|x_{i+1} - x_i| \leq tol$  o se sono state fatte più di 100 iterazioni. La funzione deve restituire in un vettore `xvec` tutte le iterazioni effettuate, ed il numero di iterazioni effettuate.

*Esercizio 2.* Sia  $A$  una matrice di dimensioni  $2n \times 2n$  definita come

$$a_{ij} = \begin{cases} -2 & \text{se } i = j, i = 1, 2, \dots, 2n \\ 1 & \text{se } i = 1, j = 2n \text{ oppure se } i = 2n \text{ e } j = 1 \\ k & \text{se } i = n, j = n + 1 \text{ oppure se } i = n + 1, j = n \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Si individuino dei valori del parametro reale  $k$  per cui  $A$  ha autovalori reali negativi.
2. Si costruisca la matrice di iterazione del metodo Jacobi  $J$  e si usi la matrice  $J^2$  per studiare la convergenza del metodo di Jacobi.
3. \* Si dimostri che il metodo di Gauss può essere applicato per ogni valore di  $k$  e utilizzando la fattorizzazione LU si calcoli il determinante di  $A$ . Esistono valori di  $k$  per cui la matrice è singolare?
4. Si scriva una funzione Matlab `function y=mat_prod(k, b)` che restituisce il vettore  $y = Ab$ . La funzione deve avere costo lineare e non richiedere la memorizzazione di  $A$ .