
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO
4/11/2024

Il punto con l'asterisco è opzionale

Esercizio 1. È data l'equazione

$$f(x) = \sqrt{x} - g(x) = 0, \quad \text{dove } g(x) = e^{(x-2)}, \quad \text{e } x \geq 0.$$

- (a) Si dica quante soluzioni reali ha l'equazione $f(x) = 0$.
- (b) Si studi la convergenza (locale, in largo e ordine di convergenza) del metodo delle tangenti alle soluzioni di $f(x) = 0$.
- (c) Si studi la convergenza del metodo iterativo $x_{i+1} = e^{2(x_i-2)}$ (convergenza locale, ordine di convergenza).
- (d*) Per $x > 0$ si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$ e la stabilità dell'algoritmo individuato dalla formula precedente. Si supponga che la funzione esponenziale e radice quadrata siano funzioni di libreria che introducono un errore maggiorato dalla precisione di macchina.

Esercizio 2. Sono dati due vettori $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ e la matrice M , con

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\alpha \end{bmatrix}, \quad M = \mathbf{u} \mathbf{v}^T, \text{ con } \alpha \in \mathbb{R}$$

Sia $A = I - M$. Per la risoluzione del sistema $A \mathbf{x} = \mathbf{b}$ si vuole utilizzare il metodo iterativo

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{(0)} \in \mathbb{R}^n \\ \mathbf{x}^{(k+1)} = M \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{b}. \end{cases}$$

- (a) Si studi la convergenza del metodo al variare del parametro α .
- (b) Si dica, per ogni valore di α , se la matrice A è fattorizzabile LU e nel caso si forniscano i due fattori triangolari.
- (c) Si scriva una funzione Matlab che presi in ingresso il parametro α , il vettore \mathbf{b} e un vettore di partenza $\mathbf{x}^{(0)}$ effettua un passo del metodo iterativo. La funzione deve restituire l'iterazione successiva $\mathbf{x}^{(1)}$, avere costo lineare in n e non deve prevedere la costruzione esplicita di M .