
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO - Corso A
10/03/2025

Il punto con l'asterisco è opzionale

Esercizio 1.

Esercizio 2. Si consideri l'equazione $f(x) = \log(\sqrt{x}) + x + \frac{1}{2} = 0$.

1. Si mostri che l'equazione ha una sola soluzione reale $\alpha \in (0, 1)$.
2. Si dica se il metodo delle tangenti è localmente convergente in α .
3. Si studi la convergenza del metodo delle tangenti per ogni punto iniziale $x_0 \in (0, \alpha]$.
4. Si studi la convergenza del metodo delle tangenti per ogni punto iniziale $x_0 \in (0, 1)$. Cosa accade se $x_0 = 1$?
5. Scrivere una funzione Matlab che dati in input $x_0 \in (0, 1)$ implementa il metodo delle tangenti applicato all'equazione $f(x) = 0$ con punto iniziale x_0 arrestandosi quando $x_k - x_{k-1} \leq 0$ e $k > 1$ e riportando in output l'approssimazione x_k di α ed il numero k di iterazioni eseguite.

Esercizio 3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0$, si consideri la matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ definita come

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ \alpha & \text{se } i = 1, j = 2, \dots, n \\ -\alpha & \text{se } i = n, j = 1, \dots, n-1 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Ad esempio, se $n = 4$, la matrice risulta

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha & \alpha \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\alpha & -\alpha & -\alpha & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si dica se esistono valori di α per cui la matrice risulta a predominanza diagonale.
2. Si dica se esistono valori di α per cui il metodo di Jacobi converge e per cui la matrice non è a predominanza diagonale.
3. Si dica per quali valori di α la matrice è fattorizzabile LU e si trovino i due fattori triangolari L e U . Esistono valori di α per cui la matrice è singolare?
4. Si scriva una funzione Matlab **prodotto** che preso α ed un vettore $\mathbf{x}$ restituisce il vettore $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$. La funzione non deve costruire esplicitamente la matrice A . Si dica quale è il costo computazionale della funzione ottenuta.