

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

---

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO - Corso A  
21/05/2025

---

Il punto con l'asterisco è opzionale

---

*Esercizio 1.* Si consideri  $h(x)$  espressa nelle due forme

$$h(x) = (1 - x)^3 = (1 - x)(1 - 2x + x^2).$$

1. Si studi il condizionamento del problema del calcolo di  $h(x)$  e si confrontino i due algoritmi per il calcolo di  $h(x)$  rispetto alla loro stabilità.
2. Si dica quante e quali sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = h(x) + \frac{1}{2} = 0$ .
3. Si studi la convergenza (locale, in largo e ordine di convergenza) del metodo delle tangenti applicato all'equazione  $f(x) = 0$ .

*Esercizio 2.* Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$  e sia  $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  la matrice definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & i = j, i = 1, \dots, n; \\ \alpha^{n-i} & i = 1, \dots, n-1 \text{ e } j = n; \\ \alpha^j & j = 1, \dots, n-1 \text{ e } i = n. \end{cases}$$

1. Si dimostri che per  $-1/2 \leq \alpha \leq 1/2$  la matrice  $A$  è a predominanza diagonale.
2. Per un generico  $\alpha$  si studi la convergenza del metodo di Gauss-Seidel alla soluzione del sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$
3. Si dica se  $A$  può essere fattorizzata LU e nel caso si calcoli il determinante di  $A$ . Esistono valori di  $\alpha$  per cui la matrice è singolare?
4. Si scriva un programma MatLab che dati in input  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ , ed il parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  approssima la soluzione del sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con passi di Gauss-Seidel arrestandosi quando  $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_\infty \leq 10^{-12}$  o se son state effettuate più di 100 iterazioni.