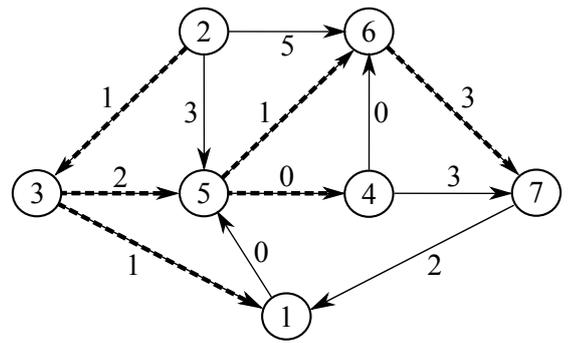


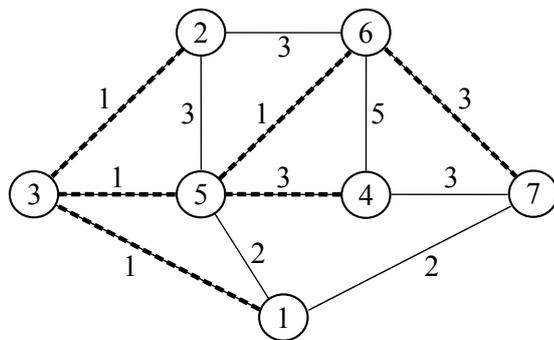
Name: _____ Surname: _____ Matricola: _____

1) Per il problema dell'albero dei cammini minimi di radice 2 e la corrispondente soluzione (archi evidenziati) mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



- A Quali delle seguenti affermazioni sull'albero a destra sono corrette?
- I Sostituendo l'arco $(6, 7)$ con l'arco $(4, 7)$ si ottiene un altro albero che ha lo stesso costo di quello dato
- II $d = [2, 0, 1, 3, 3, 4, 7]$ è il vettore delle etichette relative all'albero
- III Il costo dell'albero è 8
- B Qual è l'insieme di tutti gli archi che non soddisfano le corrispondenti condizioni di Bellman?
- I $\{(4, 6), (2, 6)\}$ II $\{(1, 5), (7, 1)\}$ III $\{(1, 5), (4, 6), (4, 7)\}$
- C Quali sostituzioni di archi bisogna fare con alcuni scelti al punto b) per minimizzare il costo dell'albero risultante?
- I $(5, 6), (4, 5)$ con $(4, 6), (4, 7)$ II $(3, 5), (5, 6)$ con $(1, 5), (4, 6)$ III $(3, 5)$ con $(1, 5)$
- D Qual è il costo di un albero dei cammini minimi?
- I 8 II 14 III 15
- E Modificare il costo del minor numero possibile di archi affinché quello dato sia l'unico albero dei cammini minimi. Giustificare la risposta.

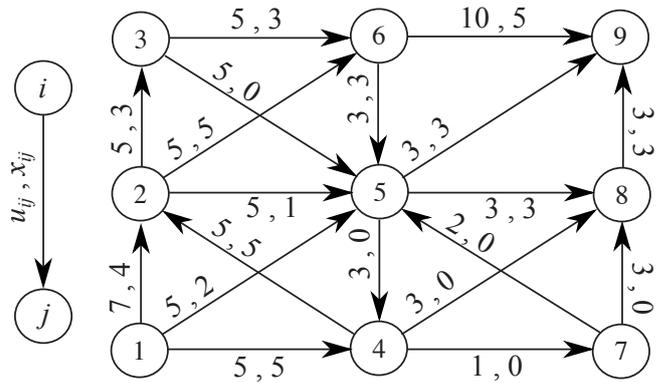
2) Per il problema dell'albero di copertura di costo minimo e la corrispondente soluzione (lati evidenziati) mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



- A** Quali delle seguenti affermazioni sull'albero dato sono corrette?
- I** Sostituendo il lato $\{6, 7\}$ con il lato $\{2, 6\}$ si ottiene un altro albero che ha lo stesso costo di quello dato
 - II** Esistono altri 3 alberi di copertura che hanno lo stesso costo di quello dato e differiscono per al più due lati
 - II** Nessuna delle due
- B** Quale lato non soddisfa la condizione di ottimalità per tagli?
- I** nessuno
 - II** $\{4, 5\}$
 - III** $\{6, 7\}$
- C** Quali lati non soddisfano la condizione di ottimalità per cicli?
- I** $\{1, 7\}$ e $\{4, 7\}$
 - II** $\{1, 7\}$
 - III** $\{1, 5\}$ e $\{2, 6\}$
- D** Quali sostituzioni di lati bisogna fare per ottenere un albero di copertura di costo minimo?
- I** $\{4, 6\}$, $\{4, 5\}$ e $\{5, 7\}$ con $\{5, 6\}$ e $\{4, 7\}$
 - II** $\{4, 5\}$ con $\{4, 7\}$
 - III** $\{6, 7\}$ con $\{1, 7\}$
- E** Modificare il costo del minor numero possibile di lati affinché quello dato sia l'unico albero di copertura di costo minimo. Giustificare la risposta.

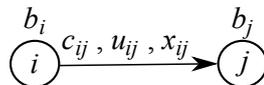
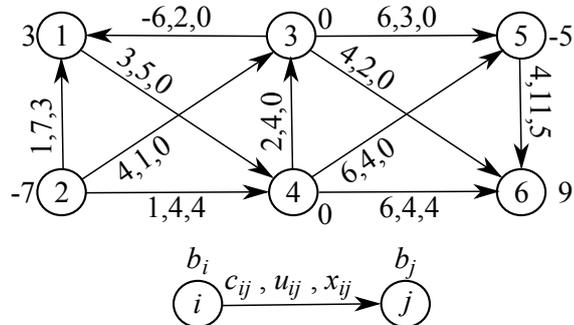
Name: _____ Surname: _____ Matricola: _____

3) Per il problema del flusso massimo dal nodo 1 al nodo 9 ed il corrispondente flusso mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



- A** Il flusso mostrato è:
- I ammissibile di valore 10
 - II non ammissibile
 - III ammissibile di valore 11
- B** Quale dei seguenti cammini è aumentante per il problema di flusso massimo rispetto al flusso dato:
- I $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 9$
 - II $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 9$
 - III $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 8$
- C** Quale dei seguenti tagli (N_s, N_t) mostra che il valore del flusso massimo non può essere superiore a 20:
- I $N_s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 - II $N_s = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$
 - III $N_s = \{1, 2, 3, 5\}$
- D** Dopo aver, se necessario, reso il flusso ammissibile modificandolo sul minor numero possibile di archi si esegua l'algoritmo di Edmons&Karp: il valore del flusso massimo è:
- I 11
 - II 13
 - III 16
- E** Con riferimento all'esecuzione di cui alla domanda precedente, il taglio (N_s, N_t) individuato dall'algoritmo è:
- I $N_t = \{9\}$
 - II $N_s = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$
 - III $N_s = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$
- F** Quanti modi diversi ci sono di aumentare di un'unità la capacità di un singolo arco per fare un modo che il valore del flusso massimo aumenti anch'esso di un'unità? E come cambia la risposta per due unità? Giustificare tutte le risposte.

4) Per il problema del flusso di costo minimo ed il corrispondente pseudoflusso mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



A) Il vettore degli sbilanciamenti del pseudoflusso mostrato è:

I [3, -7, 0, 0, -5, 9]

II [-3, 7, 0, 0, 5, -9]

III [0, 0, 0, 0, 0, 0]

B) Il costo del pseudoflusso è:

I 108

II 51

III 79

C) Quali dei seguenti cicli sono aumentanti rispetto al pseudoflusso (l'ordine dei nodi indica il verso):

I 1 → 4 → 3 → 1

II 4 → 6 → 5 → 4

III entrambi

D) Quali dei seguenti cammini sono aumentanti rispetto al pseudoflusso (l'ordine dei nodi indica il verso):

I 2 → 4 → 6 → 5 → 3 → 1

II 1 → 3 → 5 → 6 → 4 → 2

III nessuno dei due

E) Quali dei seguenti cicli ha costo negativo (l'ordine dei nodi indica il verso):

I 1 → 3 → 4 → 1

II 3 → 6 → 4 → 3

III 2 → 4 → 3 → 2

F) Si dica se lo pseudoflusso è oppure no minimale, ed altrimenti si indichi come costruirne uno per il corrente vettore di sbilanciamenti. Una volta individuato lo pseudoflusso minimale si dimostri che è tale e si discuta se esso sia oppure no unico. Giustificare tutte le risposte.