Nome: **Cognome:** **Matricola:**

1) Si consideri il problema primale (P) dato qui accanto ed il corrispondente problema duale (D).

$$
\begin{array}{lrcrcr}
\max & \alpha x_1 & + & \beta x_2 & & \\
 & 3x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 3 \\
 & -x_1 & + & -x_2 & \leq & -2 \\
 & x_1 & + & -x_2 & \leq & 0 \\
 & -x_1 & & & \leq & 0
\end{array}
$$

A Quale delle seguenti affermazioni è corretta ?

I La soluzione $x = [\,1\,,\,1\,]$ è primale non degenere

II La soluzione $x = [\,1\,,\,1\,]$ è ottima per il primale

III Non esiste nessuna soluzione duale degenere complementare a $x = [\,1\,,\,1\,]$

B Per quale famiglia di coppie di valori la soluzione $x = [\,1\,,\,1\,]$ è ottima per (P)?

I $\alpha \geq \beta \geq 0$ II $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+$ III $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

C Se $\alpha = 2$ e $\beta = 1$, quale delle seguenti direzioni è di crescita per (P)?

I $\xi = [\,1\,,\,-1\,]$ II $\xi = [\,-1\,,\,1\,]$ III nessuna delle precedenti

D Se $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, qual è l'insieme di tutte le soluzioni ottime di (D)?

I l'insieme è vuoto II $\{\,[\,t\,,\,1-t\,,\,t\,,\,0\,,\,0\,],\ t \geq 0\,\}$ III nessuna delle precedenti

E Se $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, quale delle seguenti affermazioni è corretta?

I la soluzione duale è degenere II la soluzione primale è non degenere III nessuna delle precedenti

F Se $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, qual è l'insieme delle direzioni ammissibili e di crescita ?

I $\emptyset$ II $\{\,[\,1\,,\,-1\,]\,\}$ III $\{\,[\,-1\,,\,1\,]\,\}$

G È possibile, cambiando un solo lato destro b_i dei vincoli $Ax \leq b$ di (P), rendere la soluzione primale ottima non degenere? Giustificare la risposta.

2) Si consideri l'applicazione dell'algoritmo del Simplesso Primale, per via algebrica, al problema di PL dato qui accanto.

$$
\begin{array}{lrcrcr}
\max & -4x_1 & + & 2x_2 & & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 12 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & - & x_2 & \leq & 2 \\
 & x_1 & & & \leq & 6 \\
 & & & x_2 & \leq & 4
\end{array}
$$

$\boxed{\text{A}}$ Per $B = \{\, 2\,,\, 5 \,\}$ si può afferare che

$\boxed{\text{I}}$ è una base primale ammissibile $\boxed{\text{II}}$ è una base primale degenere $\boxed{\text{III}}$ entrambe le cose

$\boxed{\text{B}}$ Per $B = \{\, 2\,,\, 3 \,\}$ si può afferare che

$\boxed{\text{I}}$ è una base primale ammissibile $\boxed{\text{II}}$ è una base primale non ammissibile $\boxed{\text{III}}$ non è una base

$\boxed{\text{C}}$ Per $B = \{\, 1\,,\, 4 \,\}$ si può afferare che

$\boxed{\text{I}}$ è una base primale ammissibile $\boxed{\text{II}}$ è una base primale non ammissibile $\boxed{\text{III}}$ non è una base

$\boxed{\text{D}}$ Se la base corrente è $B = \{\, 3\,,\, 4 \,\}$, l'indice uscente determinato dall'algoritmo è

$\boxed{\text{I}}$ $h = 3$ $\boxed{\text{II}}$ $h = 4$ $\boxed{\text{III}}$ nessuno (l'algoritmo termina)

$\boxed{\text{E}}$ Se la base corrente è $B = \{\, 3\,,\, 4 \,\}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1} u_{B(h)}$ per $h = 3$ è

$\boxed{\text{I}}$ ammissibile $\boxed{\text{II}}$ di crescita $\boxed{\text{III}}$ entrambe le cose

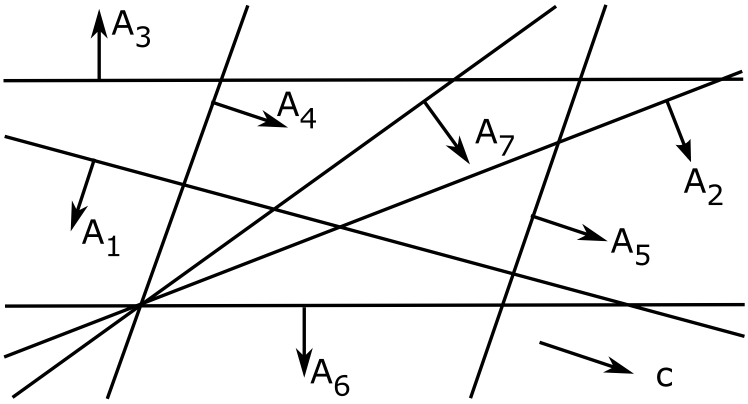
$\boxed{\text{F}}$ Se la base corrente è $B = \{\, 4\,,\, 5 \,\}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1} u_{B(h)}$ per $h = 5$ è

$\boxed{\text{I}}$ ammissibile $\boxed{\text{II}}$ di crescita $\boxed{\text{III}}$ nessuna delle due cose

$\boxed{\text{G}}$ Si descriva l'esecuzione dell'algoritmo a partire dalla base $B = \{\, 2\,,\, 5 \,\}$, discutendo tutti i passi effettuati e giustificando algebricamente tutte le risposte. Infine si discuta come cambierebbero le conclusioni se il vettore dei costi c fosse $[\, -2\,,\, 2 \,]$ invece che $[\, -4\,,\, 2 \,]$. Giustificare tutte le risposte.

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

3) Si consideri l'applicazione dell'algoritmo del Simplesso Duale, per via geometrica, al problema di PL rappresentato nella figura qui accanto. Si noti che c, A_4 ed A_5 sono collineari tra loro, ed anche A_3 ed A_6 lo sono.



A Per $B = \{3, 4\}$ si può afferare che

I è una base primale ammissibile II è una base duale ammissibile III entrambe le cose

B Per $B = \{6, 7\}$ si può afferare che

I è una base primale ammissibile II è una base duale ammissibile III nessuna delle due cose

C Per $B = \{2, 5\}$ si può afferare che

I è una base duale ammissibile II è una base duale degenere III entrambe le cose

D Per $B = \{2, 5\}$, l'indice entrante è

I $k = 1$ II $k = 4$ III $k = 7$

E Per $B = \{4, 6\}$, l'indice entrante è

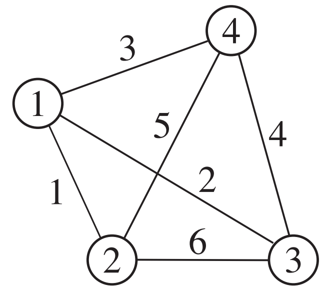
I $k = 1$ II $k = 2$ III $k = 7$

F Per $B = \{4, 6\}$, dato l'indice entrante stabilito alla domanda precedente, l'indice uscente è

I $h = 4$ II $h = 6$ III nessuno (l'algoritmo termina)

G Si descriva l'esecuzione dell'algoritmo a partire dalla base $B = \{2, 4\}$, discutendo tutti i passi effettuati e giustificando geometricamente tutte le risposte. Al termine, nel caso di ottimo finito si discuta l'unicità delle soluzioni primale e duale ottenute. Giustificare tutte le risposte.

4) Si considerino il problema del ciclo Hamiltoniano di costo minimo sul grafo di destra ed il seguente metodo "Branch and Bound": l'euristica è l'algoritmo del "vicino più vicino" (nearest neighbour) a partire dal nodo 1 ed è applicata solamente al nodo radice, la valutazione inferiore è ottenuta utilizzando l'1-albero di costo minimo come rilassamento, la ramificazione viene eseguita selezionando un vertice con più di due lati incidenti nell'1-albero (se ve n'è più di uno quello col minor numero di lati incidenti, ed a parità di questo quello col nome più piccolo) e fissando in ciascun figlio uno di tali lati come non appartenente al ciclo, e l'albero delle decisioni è visitato in ampiezza. Si risponda alle seguenti domande:



A Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

I Il lato $\{1\,,\,4\}$ appartiene al ciclo Hamiltoniano individuato dall'euristica

II L'1-albero di costo minimo calcolato alla radice è un ciclo Hamiltoniano

III L'1-albero di costo minimo nel sottoproblema in cui $x_{14} = 0$ è un ciclo Hamiltoniano

B Quali sono le valutazioni inferiore $\underline{z}$ e superiore $\bar{z}$ calcolate dall'algoritmo al nodo radice?

I $\underline{z} = 10$, $\bar{z} = 10$ II $\underline{z} = 10$, $\bar{z} = 12$ III $\underline{z} = 12$, $\bar{z} = 12$

C Su quante e quali variabili l'algoritmo ramifica prima di terminare?

I 3: x_{12}, x_{13}, x_{14} II 3: x_{12}, x_{13}, x_{34} III 0

D Quanti nodi vengono chiusi alla prima ramificazione e per quale motivo?

I 1 per inammissibilità, 2 per la valutazione superiore

II 3 per la valutazione superiore

III 2 per la valutazione superiore, 1 per ottimalità

E Quali sono le migliori valutazione superiore ed inferiore globali $z \le z(P) \le \bar{z}$ disponibili quando l'algoritmo ha finito di visitare la radice ed i suoi figli?

I $z = 10$, $\bar{z} = 10$ II $z = 10$, $\bar{z} = 12$ III $z = 12$, $\bar{z} = 12$

F In quanti modi è possibile aumentare il costo di un solo lato in modo tale che l'algoritmo termini alla radice (l'1-albero determinato sia un ciclo Hamiltoniano)? Giustificare la risposta.