Nome: **Cognome:** **Matricola:**

1) L'EDEN S.p.A., azienda di produzione e distribuzione di energia elettrica, deve pianificare la produzione elettrica giornaliera di una piccola città in modo tale da soddisfare la domanda D_t, discretizzata in tre periodi (mattina, pomeriggio e notte) indicati con $t \in T = \{1, 2, 3\}$, ciascuno composto di L_t ore, e minimizzare i costi totali sostenuti. L'EDEN S.p.A. ha a disposizione 2 differenti tipi di generatori G. Per ciascun tipo $i \in G$, il numero massimo di generatori disponibili è pari a N_i, i generatori sono caratterizzati dalla stessa capacità massima $C_i^{\max}$, e possono rimanere accesi solo se connessi alla rete e la produzione richiesta è almeno pari al livello minimo di $C_i^{\min}$ MWh. Ciascun generatore connesso alla rete in ciascuna ora del periodo t paga un costo fisso CF_i, e poi un costo CS_i per ogni MWh di produzione oltre la soglia minima ($i \in G$). Inoltre, si paga un costo di accensione CA_i ($i \in G$) quando un generatore viene acceso; per ragioni di sicurezza un generatore può essere acceso o spento solamente all'inizio di un periodo. Formulare il problema come *PLI*.

Per formulare il problema introduciamo per ogni tipo di generatore $i \in G$ e periodo $t \in T$ le variabili intere non negative:

- $x_{i,t}$ pari al numero di generatori di tipo i accesi all'inizio del periodo t;
- $y_{i,t}$ pari al numero di generatori di tipo i connessi alla rete all'inizio del periodo t;
- $s_{i,t}$ pari alla produzione in MWh eccedente la soglia minima $C_i^{\min}$ per i generatori di tipo i.

Parte della formulazione è riportata qua sotto:

$$\begin{aligned} \min\ & \dots \\ & \dots \\ & x_{i,t}\ ,\ y_{i,t}\ ,\ s_{i,t} \in \mathbb{Z}_+ \qquad\qquad i \in G\ ,\ t \in T \end{aligned}$$

domanda a) Selezionare tra i vincoli, le funzioni obiettivo e gli ulteriori gruppi di variabili seguenti tutti quelli necessari a completare la formulazione.

A $\quad h_{i,t} \in \{0, 1\} \qquad i \in G\ ,\ t \in T$

B $\quad d_t \in \{0, 1\} \qquad t \in T$

C $\quad y_{i,t} \leq N_i \qquad i \in G\ ,\ t \in T$

D $\quad y_{i,t} \geq N_i \qquad i \in G\ ,\ t \in T$

E $\quad x_{i,t} \leq y_{i,t} \qquad i \in G\ ,\ t \in T$

F $\quad x_{i,t} \geq y_{i,t} - y_{i,t-1} \qquad i \in G\ ,\ t \in \{1, 2\}$

G $\quad x_{i,t} \leq h_{i,t}\, y_{i,t} \qquad i \in G\ ,\ t \in \{1, 2\}$

H $\quad \sum_{i \in G} \left(C_i^{\min} y_{i,t} + s_{i,t} \right) \geq D_t \qquad t \in T$

I $\quad \sum_{i \in G} \left(C_i^{\min} y_{i,t} + s_{i,t} \right) \geq D_t d_t \qquad t \in T$

J $\quad s_{i,t} \leq (C_i^{\max} - C_i^{\min}) y_{i,t} \qquad i \in G\ ,\ t \in T$

K $\quad s_{i,t} \leq (C_i^{\max} - C_i^{\min}) N_i h_{i,t} \qquad i \in G\ ,\ t \in T$

L $\quad s_{i,t} \leq (C_i^{\max} - C_i^{\min}) h_{i,t} \qquad i \in G\ ,\ t \in T$

M $\quad \sum_{i \in G} \sum_{t \in T} (CA_i x_{i,t} + L_t (CF_i + CS_i) y_{i,t})$ (funzione obiettivo)

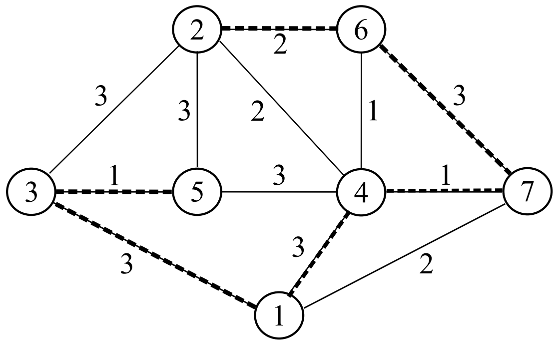
N $\quad \sum_{i \in G} \sum_{t \in T} (CA_i x_{i,t} + L_t (CF_i y_{i,t} + CS_i s_{i,t}))$ (funzione obiettivo)

O $\quad \sum_{i \in G} \sum_{t \in T} (CA_i x_{i,t} + CF_i y_{i,t} + CS_i s_{i,t})$ (funzione obiettivo)

domanda b) Come cambierebbe la formulazione precedente, nel caso in cui l'azienda consideri tra i costi da minimizzare anche un costo fisso $CFS_i > 0$ per generatori di tipo $i \in G$ per la produzione di energia elettrica oltre la soglia $C_i^{\min}$ in ciascun periodo?

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

2) Per il problema dell'albero di copertura di costo minimo e la corrispondente soluzione (lati evidenziati) mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



A Quali delle seguenti affermazioni sull'albero dato sono corrette?

I Sostituendo il lato $\{6, 7\}$ con il lato $\{2, 5\}$ si ottiene un altro albero che ha lo stesso costo di quello dato

II Esistono esattamente altri 2 alberi di copertura che hanno lo stesso costo di quello dato

II Il costo dell'albero di copertura dato è 43

B Quali lati non soddisfano la condizione di ottimalità per tagli?

I nessuno   II $\{\{2, 6\}, \{1, 4\}, \{6, 7\}\}$ III $\{1, 4\}$ e $\{6, 7\}$

C Quali lati non soddisfano la condizione di ottimalità per cicli?

I $\{1, 7\}$ e $\{2, 4\}$ II $\{\{1, 7\}, \{2, 4\}, \{4, 6\}\}$ III nessuna delle precedenti

D Quali sostituzioni di lati bisogna fare per ottenere un albero di copertura di costo minimo?

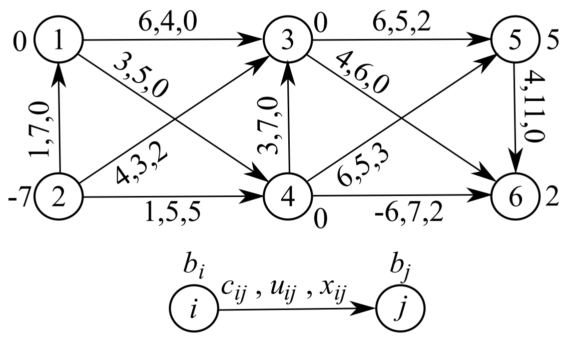
I $\{1, 4\}$ e $\{6, 7\}$ con $\{1, 7\}$ e $\{4, 6\}$

II $\{\{2, 6\}, \{1, 4\}, \{6, 7\}\}$ con $\{\{1, 7\}, \{2, 4\}, \{4, 6\}\}$

III entrambe le precedenti sono corrette

E Modificare il costo del minor numero possibile di lati affinché quello dato sia un albero di copertura di costo minimo. Giustificare la risposta.

3) Per il problema dello flusso di costo minimo ed il corrispondente pseudoflusso mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



A Il vettore degli sbilanciamenti dello pseudoflusso mostrato è:

I $[0, 7, 0, 0, 5, -2]$ II $[-7, 7, 0, 0, -5, -2]$ III $[0, 0, 0, 0, 0, 0]$

B Il costo dello pseudoflusso è:

I 31 II 35 III 42

C Quali dei seguenti cicli sono aumentanti rispetto allo pseudoflusso (l'ordine dei nodi indica il verso):

I $4 \to 2 \to 1 \to 3 \to 4$ II $5 \to 3 \to 2 \to 1 \to 4 \to 5$ III entrambi

D Quali dei seguenti cammini sono aumentanti rispetto allo pseudoflusso (l'ordine dei nodi indica il verso):

I $2 \to 4 \to 5 \to 6$ II $2 \to 1 \to 3 \to 4 \to 5$ III nessuno dei due

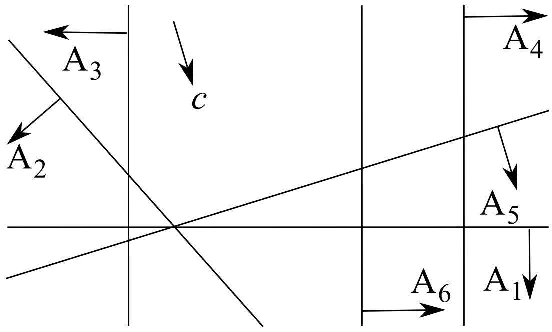
E Quali dei seguenti cicli ha costo negativo (l'ordine dei nodi indica il verso):

I $4 \to 6 \to 5 \to 4$ II $5 \to 3 \to 2 \to 1 \to 4 \to 5$ III entrambi

F Si dica se lo pseudoflusso è oppure no minimale, ed altrimenti si indichi come costruirne uno. Una volta individuato lo pseudoflusso minimale si esegua a partire da esso l'algoritmo dei cammini minimi successivi, mostrando le iterazioni mostrate e discutendo la soluzione ottenuta. Infine si discuta se la soluzione ottima è unica. Giustificare tutte le risposte.

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

4) Si consideri l'applicazione dell'algoritmo del Simplesso Primale, per via geometrica, al problema di PL rappresentato nella figura qui accanto. Si noti che A_3, A_4 ed A_6 sono collineari (non tutti con lo stesso verso), e separatamente A_5 e c sono collineari.



A Per $B = \{1, 2\}$ si può afferare che

I è una base primale ammissibile II è una base primale degenere III entrambe le cose sono vere

B Per $B = \{2, 5\}$ si può afferare che

I è una base duale ammissibile II è una base duale degenere III entrambe le cose sono vere

C Per $B = \{3, 4\}$ si può afferare che

I è una base primale ammissibile II è una base primale degenere III non è una base

D Se la base corrente è $B = \{5, 6\}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1} u_{B(h)}$ per $h = 6$ è

I ammissibile II di crescita III entrambe le cose sono vere

E Se la base corrente è $B = \{1, 2\}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1} u_{B(h)}$ per $h = 2$ è

I ammissibile II di crescita III nessuna delle due cose è vera

F Se la base corrente è $B = \{1, 2\}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1} u_{B(h)}$ per $h = 1$ è

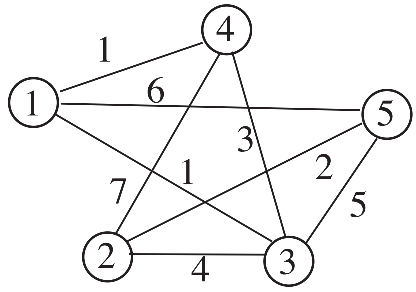
I ammissibile II di crescita III entrambe le cose

G Se la base corrente è $B = \{5, 6\}$, l'indice uscente selezionato dall'algoritmo è

I $h = 5$ II $h = 6$ III nessuno (l'algoritmo termina)

H Si descriva l'esecuzione dell'algoritmo a partire dalla base $B = \{1, 2\}$, discutendo tutti i passi effettuati e giustificando geometricamente tutte le risposte. Infine si discuta l'unicità della soluzione primale ottenuta, giustificando la risposta.

5) Si considerino il problema del ciclo Hamiltoniano di costo minimo sul grafo di destra ed il seguente metodo "Branch and Bound": l'euristica è l'algoritmo del "vicino più vicino" (nearest neighbour) a partire dal nodo 4 ed è applicata solamente al nodo radice, la valutazione inferiore è ottenuta utilizzando l'1-albero di costo minimo come rilassamento, la ramificazione viene eseguita selezionando un vertice con più di due lati incidenti nell'1-albero (se ve n'è più di uno quello col minor numero di lati incidenti, ed a parità di questo quello col nome più piccolo) e fissando in ciascun figlio uno di tali lati come non appartenente al ciclo, e l'albero delle decisioni è visitato in ampiezza. I figli di ogni nodo nell'albero delle decisioni vengono visitati in ordine lessicografico crescente dei corrispondenti archi fissati a zero (ad esempio, il nodo corrispondente a fissare a zero $\{1, 2\}$ viene visitato prima di quello corrispondente a $\{1, 3\}$). Si risponda alle seguenti domande:



A Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

I Il lato $\{1, 4\}$ appartiene al ciclo Hamiltoniano individuato dall'euristica

II L'1-albero di costo minimo calcolato alla radice non è un ciclo Hamiltoniano

III Nessuna delle precendenti

B Quali sono le valutazioni inferiore $\underline{z}$ e superiore $\bar{z}$ calcolate dall'algoritmo al nodo radice?

I $\underline{z} = 7$, $\bar{z} = 11$ II $\underline{z} = 11$, $\bar{z} = +\infty$ III $\underline{z} = 11$, $\bar{z} = 13$

C Su quali variabili l'algoritmo ramifica al nodo radice?

I 3: x_{13}, x_{23}, x_{34} II 3: x_{13}, x_{14}, x_{15} III nessuna (l'algoritmo termina)

D Quanti nodi vengono chiusi alla prima ramificazione e per quale motivo?

I 1 per inammissibilità, 1 per ottimalità

II nessuno

III 2 per la valutazione inferiore

E Quali sono le migliori valutazione superiore ed inferiore globali $\underline{z} \leq z(P) \leq z$ disponibili quando l'algoritmo ha finito di visitare la radice ed i suoi figli?

I $\underline{z} = 15$, $z = +\infty$ II $\underline{z} = 12$, $z = +\infty$ III $\underline{z} = 12$, $z = 15$

F È possibile modificare il grafo di partenza sostituendo il solo lato $\{1, 4\}$ con il lato $\{4, 5\}$ e modificando il relativo costo in modo tale che l'euristica del "vicino più vicino" (nearest neighbour) a partire dal nodo 4 determini un ciclo Hamiltoniano? Giustificare la scelta effettuata.