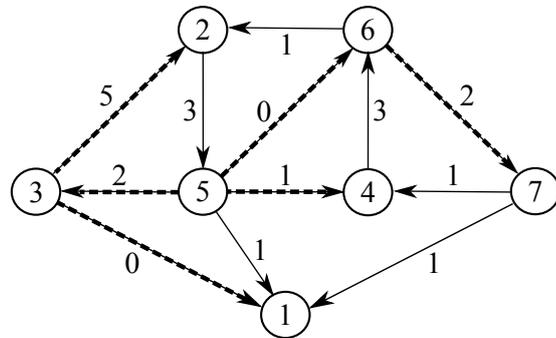


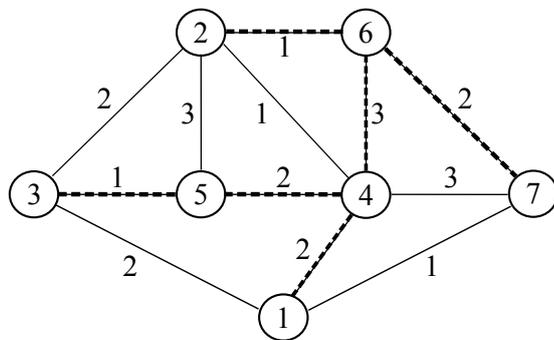
Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____

1) Per il problema dell'albero dei cammini minimi di radice 5 e la corrispondente soluzione (archi evidenziati) mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



- A** Quali delle seguenti affermazioni sull'albero a destra sono corrette?
- I** Sostituendo l'arco $(5, 4)$ con l'arco $(7, 4)$ si ottiene un altro albero che ha lo stesso costo di quello dato
 - II** $d = [2, 7, 2, 1, 0, 0, 2]$ è il vettore delle etichette relative all'albero
 - III** Il costo dell'albero è 10
- B** Qual è l'insieme di tutti gli archi che non soddisfano le corrispondenti condizioni di Bellman?
- I** $\{(5, 1), (2, 5)\}$
 - II** $\{(6, 2), (7, 1)\}$
 - III** $\{(6, 2), (5, 1)\}$
- C** Quali archi bisogna sostituire nell'albero per ottenere un albero dei cammini minimi?
- I** $(3, 2), (5, 4)$ con $(6, 2), (7, 4)$
 - II** $(3, 2), (3, 1)$ con $(6, 2), (5, 1)$
 - III** entrambe le precedenti sono corrette
- D** Qual è il costo di un albero dei cammini minimi?
- I** 7
 - II** 10
 - III** 14
- E** Modificare il costo del minor numero possibile di archi dell'albero dato affinché quello dato sia un albero dei cammini minimi, mantenendo i costi non negativi. Modificare poi il costo del minor numero possibile di archi fuori dall'albero dato affinché quello dato sia un albero dei cammini minimi. Giustificare la risposta.

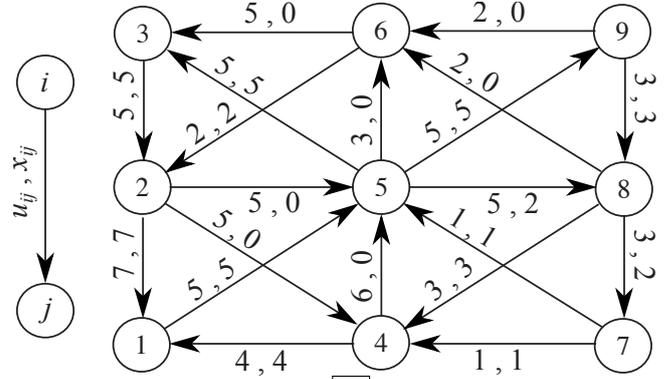
2) Per il problema dell'albero di copertura di costo minimo e la corrispondente soluzione (lati evidenziati) mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



- A** Quali delle seguenti affermazioni sull'albero dato sono corrette?
- I** Sostituendo il lato $\{1, 4\}$ con il lato $\{1, 3\}$ si ottiene un altro albero che ha lo stesso costo di quello dato
 - II** Esiste esattamente un altro albero di copertura che ha lo stesso costo di quello dato
 - III** Nessuna delle due
- B** Quali lati non soddisfano la condizione di ottimalità per tagli?
- I** nessuno
 - II** $\{1, 4\}$, $\{4, 6\}$ e $\{6, 7\}$
 - III** $\{1, 4\}$, $\{4, 6\}$ e $\{1, 7\}$
- C** Quali sono tutti i lati che non soddisfano la condizione di ottimalità per cicli?
- I** $\{1, 7\}$, $\{2, 3\}$ e $\{2, 4\}$
 - II** $\{1, 7\}$
 - III** $\{2, 3\}$ e $\{2, 4\}$
- D** Qual è il costo di un albero di copertura di costo minimo?
- I** 11
 - II** 8
 - III** 6
- E** Modificare il costo del minor numero possibile di lati fuori dall'albero affinché quello dato sia un albero di copertura di costo minimo. Quanti alberi di costo uguale a quello dato si possono ottenere inserendo il solo lato $\{1, 3\}$ nell'albero al posto di un altro lato dell'albero. Giustificare la risposta.

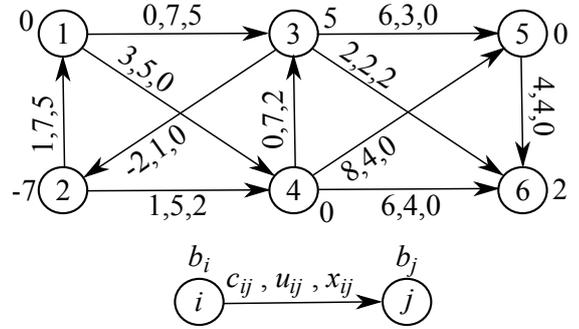
Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____

3) Per il problema del flusso massimo dal nodo 5 al nodo 1 ed il corrispondente flusso mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



- A Il flusso mostrato è:
 - I ammissibile di valore 6
 - II ammissibile di valore 11
 - III non ammissibile
- B Ponendo $x_{96} = 2$ si ottiene un flusso:
 - I ammissibile di valore 6
 - II ammissibile di valore 11
 - III non ammissibile
- C Considerando il flusso ammissibile di valore più alto tra quelli descritti nei due punti precedenti, quale dei seguenti cammini è aumentante per il problema di flusso massimo:
 - I $9 \rightarrow 5 \rightarrow 1$
 - II $5 \rightarrow 1$
 - III entrambi
- D Quale dei seguenti tagli (N_s, N_t) mostra che il valore del flusso massimo non può essere superiore a 11:
 - I $N_t = \{1, 2, 4\}$
 - II $N_s = \{5, 9\}$
 - III entrambi
- E Quale dei seguenti tagli (N_s, N_t) è saturo:
 - I $N_t = \{1\}$
 - II $N_t = \{1, 2, 4\}$
 - III nessuno dei due
- F A partire dal flusso ammissibile di valore massimo noto dai punti precedenti si esegua l’algoritmo di Edmons&Karp: il numero di iterazioni (visite del grafo residuo) necessarie per terminare è:
 - I 1
 - II 2
 - III 3
- G Con riferimento all’esecuzione di cui alla domanda precedente, il taglio (N_s, N_t) individuato dall’algoritmo è:
 - I $N_t = \{1, 2, 4\}$
 - II $N_t = \{1\}$
 - III entrambi
- H Si discuta quale sia il minimo numero di archi dei quali è necessario aumentare la capacità affinché il valore del flusso massimo aumenti strettamente. Giustificare la risposta.

4) Per il problema del flusso di costo minimo ed il corrispondente pseudoflusso mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande:



A) Il vettore degli sbilanciamenti dello pseudoflusso mostrato è:

I $[0, -7, 5, 0, 0, 2]$

II $[0, 7, -5, 0, 0, -2]$

III $[0, 0, 0, 0, 0, 0]$

B) Il costo dello pseudoflusso è:

I 11

II 14

III 8

C) Quali dei seguenti cicli sono aumentanti rispetto allo pseudoflusso (l'ordine dei nodi indica il verso):

I $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

II $3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3$

III entrambi

D) Quali dei seguenti cammini sono aumentanti rispetto allo pseudoflusso (l'ordine dei nodi indica il verso):

I $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6$

II $6 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

III entrambi

E) Quali dei seguenti cicli hanno costo negativo (l'ordine dei nodi indica il verso):

I $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

II $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$

III nessuno dei due

F) Quali dei seguenti cammini hanno costo negativo (l'ordine dei nodi indica il verso):

I $5 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

II $5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 6$

III nessuno dei due

G) Si dica se lo pseudoflusso è oppure no minimale, ed altrimenti si indichi come costruirne uno modificando il flusso su un arco in modo da aumentare il meno possibile lo sbilanciamento complessivo del grafo. Una volta individuato lo pseudoflusso minimale si esegua a partire da esso l'algoritmo dei cammini minimi successivi, mostrando le iterazioni mostrate e dimostrando che la soluzione ottenuta è ottima. Giustificare tutte le risposte.