Nome: **Cognome:** **Matricola:**

1) Si consideri il problema primale (P) dato qui accanto ed il corrispondente problema duale (D).

$$
\begin{array}{rrcrcl}
\max & \alpha x_1 & + & \beta x_2 & & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 0 \\
 & x_1 & - & x_2 & \leq & 2 \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & 0 \\
 & -x_1 & & & \leq & 0 \\
 & & & x_2 & \leq & 1
\end{array}
$$

$\boxed{\text{A}}$ Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

$\boxed{\text{I}}$ la soluzione $x = [\,1\,,\,1\,]$ è primale non degenere

$\boxed{\text{II}}$ la soluzione $x = [\,0\,,\,1\,]$ è ottima per il primale

$\boxed{\text{III}}$ nessuna delle precedenti è corretta

$\boxed{\text{B}}$ Se $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, quale delle seguenti affermazioni è corretta?

$\boxed{\text{I}}$ non esiste alcuna soluzione duale ammissibile complementare a $x = [\,1\,,\,1\,]$

$\boxed{\text{II}}$ esiste una soluzione duale ammissibile complementare a $x = [\,1\,,\,-1\,]$

$\boxed{\text{III}}$ nessuna delle precedenti è corretta

$\boxed{\text{C}}$ Per quale famiglia di coppie di valori di α e β la soluzione $x = [\,1\,,\,0\,]$ è ottima per (P)?

$\boxed{\text{I}}$ $\alpha = \beta = 0$ $\boxed{\text{II}}$ nessuna $\boxed{\text{III}}$ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+$

$\boxed{\text{D}}$ Se $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, quale delle seguenti direzioni è di crescita per (P)?

$\boxed{\text{I}}$ $\xi = [\,1\,,\,-1\,]$ $\boxed{\text{II}}$ $\xi = [\,-1\,,\,1\,]$ $\boxed{\text{III}}$ nessuna delle precedenti

$\boxed{\text{E}}$ Se $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, quale delle seguenti affermazioni è corretta?

$\boxed{\text{I}}$ esiste una soluzione ottima primale non degenere

$\boxed{\text{II}}$ esiste una soluzione ottima primale degenere

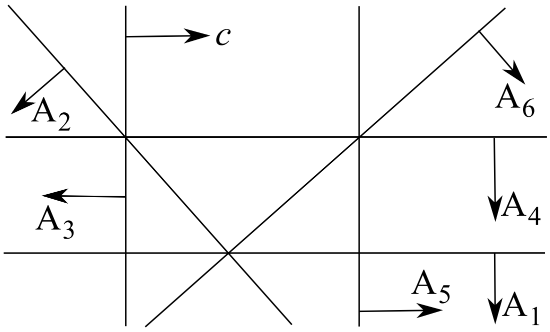
$\boxed{\text{III}}$ entrambe le precedenti sono corrette

$\boxed{\text{F}}$ Se $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, quale delle seguenti direzioni è ammissibile per $x = [\,1\,,\,1\,]$ e di crescita?

$\boxed{\text{I}}$ $\xi = [\,1\,,\,-1\,]$ $\boxed{\text{II}}$ $\xi = [\,-1\,,\,1\,]$ $\boxed{\text{III}}$ nessuna delle precendenti

$\boxed{\text{G}}$ Se $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, qual è l'insieme di tutte le soluzioni ottime di (P)? Giustificare la risposta.

2) Si consideri l'applicazione dell'algoritmo del Simplesso Primale, per via geometrica, al problema di PL rappresentato nella figura qui accanto. Si noti che c, A_3, ed A_5 sono collineari (non tutti con lo stesso verso) ed ortogonali ad A_1 ed A_4, che sono quindi collineari tra loro.



A Per $B = \{ 1 , 2 \}$ si può affermare che

I è una base primale ammissibile II è una base primale degenere III entrambe le cose sono vere

B Per $B = \{ 4 , 6 \}$ si può affermare che

I è una base primale ammissibile II è una base duale ammissibile III non è una base

C Per $B = \{ 3 , 5 \}$ si può affermare che

I è una base duale ammissibile II è una base duale degenere III non è una base

D Se la base corrente è $B = \{ 2 , 3 \}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1} u_{B(h)}$ per $h = 3$ è

I ammissibile II di crescita III entrambe le cose sono vere

E Se la base corrente è $B = \{ 2 , 4 \}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1} u_{B(h)}$ per $h = 2$ è

I ammissibile II di crescita III entrambe le cose sono vere

F Se la base corrente è $B = \{ 2 , 4 \}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1} u_{B(h)}$ per $h = 4$ è

I ammissibile II di crescita III nessuna delle due cose è vera

G Se la base corrente è $B = \{ 4 , 5 \}$, l'indice uscente selezionato dall'algoritmo è

I $h = 4$ II $h = 5$ III nessuno (l'algoritmo termina)

H Si descriva l'esecuzione dell'algoritmo a partire dalla base $B = \{ 2 , 3 \}$, discutendo tutti i passi effettuati e giustificando geometricamente tutte le risposte.

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

3) Si consideri l'applicazione dell'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, al problema di PL dato qui accanto.

$$
\begin{array}{rrcrcr}
\max & 4x_1 & + & 2x_2 & & \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & -3 \\
 & -2x_1 & - & x_2 & \leq & -7 \\
 & & - & x_2 & \leq & -1 \\
 & x_1 & & & \leq & 2 \\
 & & & x_2 & \leq & 2
\end{array}
$$

$\boxed{\text{A}}$ Per $B = \{\, 1\, ,\, 4 \,\}$ si può afferare che

$\boxed{\text{I}}$ è una base primale ammissibile $\boxed{\text{II}}$ è una base duale ammissibile $\boxed{\text{III}}$ nessuna delle due cose

$\boxed{\text{B}}$ Per $B = \{\, 1\, ,\, 4 \,\}$ si può afferare che

$\boxed{\text{I}}$ è una base primale degenere $\boxed{\text{II}}$ è una base duale degenere $\boxed{\text{III}}$ nessuna delle due cose

$\boxed{\text{C}}$ Per $B = \{\, 2\, ,\, 3 \,\}$ si può afferare che

$\boxed{\text{I}}$ è una base duale ammissibile $\boxed{\text{II}}$ è una base duale degenere $\boxed{\text{III}}$ entrambe le cose sono vere

$\boxed{\text{D}}$ Per $B = \{\, 3\, ,\, 5 \,\}$ si può afferare che

$\boxed{\text{I}}$ è una base primale ammissibile $\boxed{\text{II}}$ è una base primale degenere $\boxed{\text{III}}$ non è una base

$\boxed{\text{E}}$ Se la base corrente è $B = \{\, 4\, ,\, 5 \,\}$, l'indice uscente determinato dall'algoritmo è

$\boxed{\text{I}}$ $h = 4$ $\boxed{\text{II}}$ $h = 5$ $\boxed{\text{III}}$ nessuno (l'algoritmo termina)

$\boxed{\text{F}}$ Si descriva l'esecuzione dell'algoritmo a partire dalla base $B = \{\, 4\, ,\, 5 \,\}$, discutendo tutti i passi effettuati e giustificando algebricamente tutte le risposte. Si dimostri in particolare la correttezza della conclusione a cui giunge l'algoritmo.

4) Per il problema dello zaino qui accanto, si consideri il seguente metodo "Branch and Bound": la soluzione ammissibile di partenza è ottenuta utilizzando l'algoritmo greedy basato sui rendimenti (costi unitari) non decrescenti, la valutazione superiore è ottenuta risolvendo il rilassamento continuo, la ramificazione viene eseguita sull'eventuale variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento e l'albero di enumerazione è visitato in ampiezza.

$$\begin{array}{lccccccccc} \max & 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & & \\ & 2x_1 & + & 4x_2 & + & 8x_3 & + & 6x_4 & \leq & 10 \\ & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & \in & \{0\,,1\} \end{array}$$

A Qual è l'ordinamento delle variabili per rendimento (costo unitario) non crescente?

I $\{\, x_1 \,,\, x_4 \,,\, x_2 \,,\, x_3 \,\}$ II $\{\, x_4 \,,\, x_2 \,,\, x_1 \,,\, x_3 \,\}$ III $\{\, x_3 \,,\, x_4 \,,\, x_2 \,,\, x_1 \,\}$

B Quali delle seguenti affermazioni sono corrette?

I La soluzione ottima del rilassamento continuo del problema è $[\,1\,,\,0\,,\,0\,,\,1\,]$

II La soluzione ottima del rilassamento continuo non cambia se il lato destro del vincolo viene posto a 8

III nessuna delle precedenti è corretta

C Quali sono le valutazioni inferiore $\underline{z}$ e superiore $\bar{z}$ calcolate dall'algoritmo al nodo radice?

I $\underline{z} = 5$, $\bar{z} = 6$ II $\underline{z} = 5$, $\bar{z} = 11/2$ III $\underline{z} = 11/2$, $\bar{z} = 6$

D Su quali variabili l'algoritmo ramifica prima di terminare?

I x_2, x_3, x_4 II x_2, x_3 III x_2, x_4

E Quali sono le migliori valutazione superiore ed inferiori globali $z \leq z(P) \leq \bar{z}$ disponibili quando l'algoritmo ha finito di visitare i primi due livelli dell'albero delle decisioni (la radice ed i suoi figli)?

I $z = 5$, $\bar{z} = 21/4$ II $z = 5$, $\bar{z} = 6$ III $z = 5$, $\bar{z} = 11/2$

F Quali sono tutte le soluzioni ammissibili esplorate dall'algoritmo e ottenute risolvendo il rilassamento?

I nessuna II $[\,1\,,\,0\,,\,0\,,\,1\,]$, $[\,1\,,\,0\,,\,1\,,\,0\,]$ III $[\,1\,,\,0\,,\,0\,,\,1\,]$, $[\,1\,,\,1\,,\,0\,,\,0\,]$, $[\,0\,,\,1\,,\,1\,,\,0\,]$

G Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

I L'algoritmo chiude almeno un nodo per ottimalità

II L'algoritmo chiude tutti i nodi per ottimaliltà (la soluzione ottima del rilassamento continuo è intera)

III L'algoritmo chiude due nodi per la sola valutazione superiore ($z \geq \bar{z}(P_i)$, ma la soluzione ottima del rilassamento continuo non è intera)

H È possibile modificare il peso del terzo oggetto, mantenendolo strettamente positivo, in modo tale che l'algoritmo termini direttamente alla radice? Giustificare la risposta.