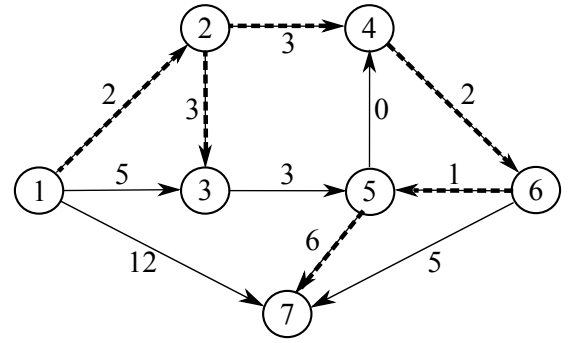


Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____

1) Per il problema dell'albero dei cammini minimi di radice 1 e la corrispondente soluzione (archi evidenziati) mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande. **Non rispondere ad una domanda, tranne a quella aperta, equivale ad una risposta sbagliata e quindi ad una penalità.**



☐ A Quali delle seguenti affermazioni sull'albero a destra sono corrette?

☐ I Sostituendo l'arco $(2, 4)$ con l'arco $(3, 5)$ si ottiene un altro albero che ha lo stesso costo di quello dato

☐ II $d = [0, 2, 5, 5, 8, 7, 14]$ è il vettore delle etichette relative all'albero

☐ III Il costo dell'albero è 17

☐ B Dire se il grafo è aciclico, ed in caso di risposta positiva fornire una buona numerazione che lo dimostra.

☐ I No

☐ II Sì: $[1, 4, 3, 5, 2, 6, 7]$

☐ III Sì: $[6, 1, 4, 5, 2, 7, 3]$

☐ C Qual è l'insieme di tutti gli archi che non soddisfano le corrispondenti condizioni di Bellman?

☐ I $\{(1, 7), (5, 4)\}$

☐ II $\{(1, 7), (6, 7)\}$

☐ III $\{(1, 3), (6, 7)\}$

☐ D Quali archi si possono sostituire nell'albero per ottenere un albero dei cammini minimi?

☐ I $(5, 7), (2, 3)$ con $(6, 7), (1, 3)$

☐ II $(5, 7)$ con $(6, 7)$

☐ III entrambe le precedenti sono corrette

☐ E Qual è il costo di un albero dei cammini minimi?

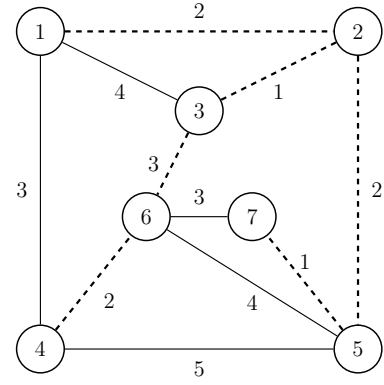
☐ I 21

☐ II 39

☐ III 45

☐ F Modificare il costo del minor numero possibile di archi dell'albero dato affinché quello dato sia un albero dei cammini minimi, mantenendo i costi non negativi. Modificare poi il costo del minor numero possibile di archi fuori dall'albero dato affinché quello dato sia un albero dei cammini minimi. Giustificare la risposta.

2) Per il problema dell'albero di copertura di costo minimo e la corrispondente soluzione (lati evidenziati) mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande. **Non rispondere ad una domanda, tranne a quella aperta, equivale ad una risposta sbagliata e quindi ad una penalità.**



A Quali delle seguenti affermazioni sull'albero T sono corrette:

I Sostituendo il lato $\{4, 6\}$ con il lato $\{1, 4\}$ si ottiene un altro albero che ha lo stesso costo di quello dato

II Esistono esattamente altri due alberi di copertura che hanno lo stesso costo di quello dato

III Nessuna delle due

B Quale lato non soddisfa la condizione di ottimalità per i tagli:

I nessuno

II $\{4, 6\}$

III $\{2, 5\}$

C Per quali cicli il lato $\{1, 4\}$ soddisfa la condizione di ottimalità per cicli:

I $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

II $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

III entrambi

D Quali sostituzioni di lati bisogna fare per ottenere un albero di copertura di costo minimo:

I $\{4, 6\}$ con $\{1, 4\}$

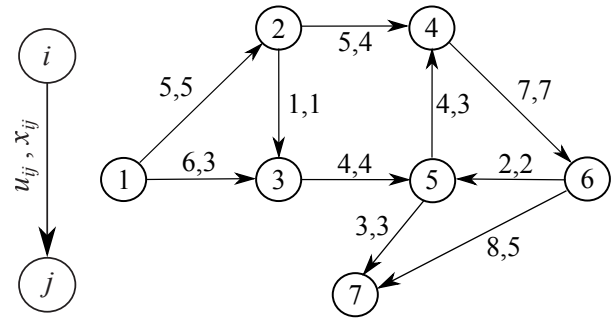
II $\{6, 7\}$ con $\{5, 6\}$

III nessuno

E Sia il parametro positivo α il nuovo costo del lato $\{2, 3\}$. Per quali valori di α non si rispettano più le condizioni di ottimalità? Giustificare la risposta.

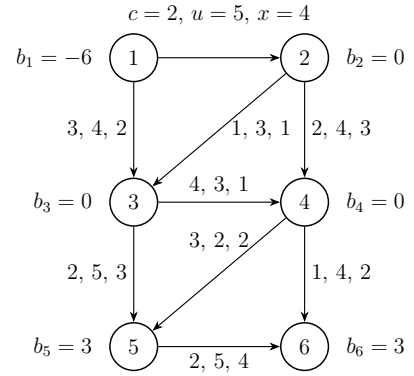
Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____

3) Per il problema del flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7 ed il corrispondente flusso mostrati in figura, si risponda alle seguenti domande. **Non rispondere ad una domanda, tranne a quella aperta, equivale ad una risposta sbagliata e quindi ad una penalità.**



- A** Il flusso mostrato è:
- I** ammissibile di valore 8 **II** ammissibile di valore 11 **III** non ammissibile
- B** Ponendo $x_{67} = 8$ si ottiene un flusso:
- I** ammissibile di valore 8 **II** ammissibile di valore 11 **III** non ammissibile
- C** Considerando il flusso ammissibile di valore più alto tra quelli descritti nei due punti precedenti, quale dei seguenti cammini è aumentante per il problema di flusso massimo:
- I** $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7$ **II** $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ **III** entrambi
- D** Quale dei seguenti tagli (N_s, N_t) mostra che il valore del flusso massimo non può essere superiore a 11:
- I** $N_t = \{5, 6, 7\}$ **II** $N_s = \{1\}$ **III** entrambi
- E** Quale dei seguenti tagli (N_s, N_t) è saturo:
- I** $N_s = \{1\}$ **II** $N_t = \{6, 7\}$ **III** nessuno dei due
- F** A partire dal flusso ammissibile di valore massimo noto dai punti precedenti si esegua l'algoritmo di Edmonds&Karp: il numero di iterazioni (visite del grafo residuo) necessarie per terminare è:
- I** 1 **II** 2 **III** 3
- G** Con riferimento all'esecuzione di cui alla domanda precedente, il taglio (N_s, N_t) individuato dall'algoritmo è:
- I** $N_t = \{1, 2, 4\}$ **II** $N_s = \{1, 3\}$ **III** entrambi
- H** Si discuta quale sia il minimo numero di archi dei quali è necessario aumentare la capacità affinché il valore del flusso massimo aumenti strettamente. Giustificare la risposta.

4) Per il problema del flusso di costo minimo ed il corrispondente pseudoflusso mostrati in figura (si noti che per ogni arco si riportano il costo c , la capacità u e il valore del flusso x , in quest'ordine, come esplicitato sull'arco (1,2)), si risponda alle seguenti domande. **Non rispondere ad una domanda, tranne a quella aperta, equivale ad una risposta sbagliata e quindi ad una penalità.**



A) Il vettore degli sbilanciamenti dello pseudoflusso mostrato è:

I) $[6, 0, 0, 0, -3, -3]$

II) $[0, 0, 0, 0, 0, 0]$

III) $[0, 0, -1, 0, -2, 3]$

B) Il costo totale dello pseudoflusso x è:

I) 47

II) 50

III) 74

C) Quali dei seguenti cicli sono aumentanti rispetto allo pseudoflusso (l'ordine dei nodi indica il verso):

I) $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

II) $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3$

III) nessuno dei precedenti

D) Quali dei seguenti cammini sono aumentanti rispetto allo pseudoflusso (l'ordine dei nodi indica il verso):

I) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6$

II) $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6$

III) entrambi

E) Quale dei seguenti cicli ha costo negativo:

I) $3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3$

II) $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

III) $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3$

F) Si dica se lo pseudoflusso x è minimale; altrimenti, si indichi come costruirne uno minimale per lo stesso vettore di sbilanciamenti. Si indichi il valore dello pseudoflusso ottenuto e si dimostri che è minimale. Giustificare tutte le risposte.