Nome: **Cognome:** **Matricola:**

1) Si consideri il problema primale (P) dato qui accanto ed il corrispondente problema duale (D). **Non rispondere ad una domanda, tranne a quella aperta, equivale ad una risposta sbagliata e quindi ad una penalità.**

$$
\begin{array}{rrcrcl}
\max & \alpha x_1 & + & \beta x_2 & & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & 0 \\
 & -x_1 & & & \leq & 1 \\
 & x_1 & & & \leq & 2 \\
 & & & x_2 & \leq & 2
\end{array}
$$

A Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

I la soluzione $x = [\,2\,,\,0\,]$ è primale degenere

II la soluzione $x = [\,-1\,,\,0\,]$ è ottima per il primale

III la soluzione $x = [\,0\,,\,2\,]$ è primale non degenere

B Se $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, quale delle seguenti affermazioni è corretta?

I esiste almeno una soluzione duale ammissibile complementare a $x = [\,2\,,\,0\,]$

II esiste almeno una soluzione duale ammissibile complementare a $x = [\,0\,,\,2\,]$

III entrambe le precedenti sono corrette

C Per quale famiglia di coppie di valori di α e β la soluzione $x = [\,-1\,,\,0\,]$ è ottima per (P)?

I $\alpha = \beta = 0$ II $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+$ III nessuna

D Se $\alpha = 0$ e $\beta = -1$, quale delle seguenti direzioni è di crescita per (P)?

I $\xi = [\,1\,,\,-1\,]$ II $\xi = [\,-1\,,\,1\,]$ III nessuna delle precedenti

E Se $\alpha = 1$ e $\beta = 1$, quale delle seguenti affermazioni è corretta?

I esiste una soluzione ottima primale non degenere

II esiste una soluzione ottima primale degenere

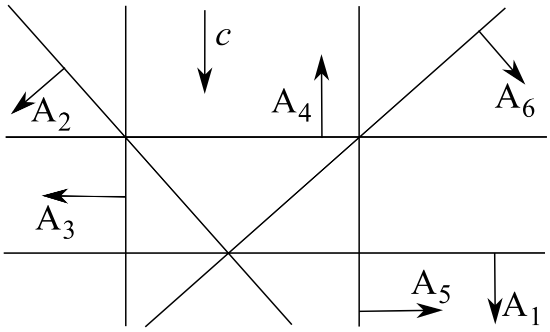
III entrambe le precedenti sono corrette

F Se $\alpha = -1$ e $\beta = 0$, quale delle seguenti direzioni è ammissibile per $x = [\,0\,,\,2\,]$ e di crescita?

I $\xi = [\,-1\,,\,0\,]$ II $\xi = [\,-1\,,\,1\,]$ III nessuna delle precedenti

G Se $\alpha = -1$ e $\beta = -1$, qual è l'insieme di tutte le soluzioni ottime per (P)? Esistono soluzioni duali ammissibili complementari a $\bar{x} = [\,-1/2\,,\,1/2\,]$ e, in caso affermativo, determinare tutte e sole le soluzioni duali ammissibili complementari a $\bar{x}$. Giustificare tutte le risposte.

2) Si consideri l'applicazione dell'algoritmo del Simplesso Primale, per via geometrica, al problema di PL rappresentato nella figura qui accanto. Si noti che c, A_1, ed A_4 sono collineari (non tutti con lo stesso verso) ed ortogonali ad A_3 ed A_5, che sono quindi collineari tra loro. **Non rispondere ad una domanda, tranne a quella aperta, equivale ad una risposta sbagliata e quindi ad una penalità.**



A Per $B = \{1\,,\,2\}$ si può affermare che

I è una base primale degenere II è una base duale ammissibile III entrambe le cose sono vere

B Per $B = \{4\,,\,6\}$ si può affermare che

I è una base primale degenere II è una base duale degenere III entrambe le cose sono vere

C Per $B = \{2\,,\,6\}$ si può affermare che

I è una base primale non ammissibile II è una base duale ammissibile III non è una base

D Se la base corrente è $B = \{2\,,\,3\}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1}u_{B(h)}$ per $h = 2$ è

I ammissibile II di crescita III nessuna delle due cose è vera

E Se la base corrente è $B = \{4\,,\,6\}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1}u_{B(h)}$ per $h = 4$ è

I ammissibile II di crescita III entrambe le cose sono vere

F Se la base corrente è $B = \{4\,,\,6\}$, la direzione $\xi = -A_B^{-1}u_{B(h)}$ per $h = 6$ è

I ammissibile II di crescita III nessuna delle due cose è vera

G Se la base corrente è $B = \{4\,,\,5\}$, l'indice uscente selezionato dall'algoritmo è

I $h = 4$ II $h = 5$ III nessuno (l'algoritmo termina)

H Si descriva l'esecuzione dell'algoritmo a partire dalla base $B = \{2\,,\,3\}$, discutendo tutti i passi effettuati e giustificando geometricamente tutte le risposte.

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

3) Si consideri l'applicazione dell'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, al problema di *PL* dato qui accanto. Si consideri $c_1 = 3$ ove non indicato diversamente. **Non rispondere ad una domanda, tranne a quella aperta, equivale ad una risposta sbagliata e quindi ad una penalità.**

$$
\begin{array}{rrcrcr}
\max & c_1 x_1 & + & x_2 & & \\
 & x_1 & & & \leq & 3 \\
 & & & x_2 & \leq & 5 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 10 \\
 & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 14
\end{array}
$$

A Per $B = \{1, 2\}$ si può affermare che

I è una base duale ammissibile II è una base primale degenere III entrambe le cose sono vere

B Per $B = \{1, 3\}$ si può affermare che

I è una base duale ammissibile II è una base duale degenere III entrambe le cose sono vere

C Per la base corrente è $B = \{4, 5\}$ l'indice entrante è:

I nessuno II $k = 2$ III $k = 1$

D Per la base corrente è $B = \{4, 5\}$ l'indice uscente è:

I $h = 4$ II $h = 5$ III nessuno

E Per la base $B = \{4, 5\}$, la direzione di decrescita è:

I $d = [0, 1, 0, 1/3, -2/3]$ II $d = [1/3, 0, 1, 0, -2/3]$ III $d = [0, 3/2, 0, 1/2, 1]$

F Si descriva l'esecuzione dell'algoritmo a partire dalla base $B = \{1, 4\}$, discutendo tutti i passi effettuati e giustificando algebricamente tutte le risposte. Una volta ottenuta la soluzione ottima, calcolare algebricamente per quali valori di c_1 rimane tale.

4) Per il problema dello zaino qui accanto, si consideri il seguente metodo "Branch and Bound": la soluzione ammissibile di partenza è ottenuta utilizzando l'algoritmo greedy basato sui rendimenti (costi unitari) non decrescenti, la valutazione superiore è ottenuta risolvendo il rilassamento continuo, la ramificazione viene eseguita sull'eventuale variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento e l'albero di enumerazione è visitato in ampiezza. Si assuma $\alpha = 4$, ove non diversamente indicato. **Non rispondere ad una domanda, tranne a quella aperta, equivale ad una risposta sbagliata e quindi ad una penalità.**

$$\begin{array}{lccccccccc} \max & 2x_1 & + & 7x_2 & + & 6x_3 & + & 5x_4 & & \\ & 3x_1 & + & \alpha x_2 & + & 4x_3 & + & 2x_4 & \leq & 9 \\ & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & \in & \{0\,,\,1\} \end{array}$$

A Qual è l'ordinamento delle variabili per rendimento (costo unitario) non crescente?

I $\{x_4\,,\,x_2\,,\,x_3\,,\,x_1\}$ II $\{x_3\,,\,x_2\,,\,x_4\,,\,x_1\}$ III $\{x_4\,,\,x_3\,,\,x_2\,,\,x_1\}$

B Quali affermazioni sono corrette per il nodo radice?

I La soluzione ottima del rilassamento continuo è $[\,0\,,\,1\,,\,1\,,\,1\,]$

II La soluzione ottima del rilassamento continuo ha componenti frazionarie.

III La soluzione ottima del rilassamento e la soluzione dell'eurisitica coincidono.

C Su quali variabili l'algoritmo ramifica prima di terminare?

I x_3, x_2, x_4 II x_3, x_1 III nessuna

D Quali sono le valutazioni inferiore $\underline{z}$ e superiore $\overline{z}$ al nodo radice?

I $\underline{z} = 14$, $\overline{z} = 33/2$ II $\underline{z} = 14$, $\overline{z} = 14$ III $\underline{z} = 14$, $\overline{z} = 16$

E Quali sono tutte le soluzioni ammissibili esplorate dall'algoritmo e ottenute risolvendo il rilassamento?

I $[\,1\,,\,1\,,\,0\,,\,1\,]$, $[\,1\,,\,0\,,\,1\,,\,1\,]$, $[\,0\,,\,1\,,\,1\,,\,0\,]$ II $[\,0\,,\,1\,,\,1\,,\,1\,]$, $[\,1\,,\,1\,,\,0\,,\,1\,]$ III nessuna

F Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

I L'algoritmo chiude almeno un nodo per ottimalità.

II L'algoritmo non chiude nessun nodo per inammissibilità.

III L'algoritmo chiude due nodi per la sola valutazione superiore ($z \geq \bar{z}(P_i)$, ma la soluzione ottima del rilassamento continuo non è intera)

G È possibile modificare α, mantenendolo strettamente positivo e intero, in modo tale che l'algoritmo termini direttamente alla radice? Giustificare la risposta.