

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

---

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO - Corso A  
29/01/2026

---

Il punto con l'asterisco è opzionale

---

*Esercizio 1.* Sia  $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $n \geq 3$ , la matrice definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} -1 & \text{se } i = 1, j = n; \\ \alpha - 1 & \text{se } i = j \\ 1 & \text{se } j = 1, i = 2, \dots, n; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Ad esempio, per  $n = 4$  si ha

$$A = \begin{bmatrix} \alpha - 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & \alpha - 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \alpha - 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \alpha - 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si dica per quali valori di  $\alpha$  la matrice  $A$  risulta a predominanza diagonale.
2. Si dica per quali valori di  $\alpha$  il metodo di Gauss-Seidel è applicabile.
3. Si determini i valori del parametro  $\alpha$  per cui il metodo di Gauss-Seidel applicato ad  $A$  risulta convergente.
4. Si scriva un programma MATLAB che dato in input  $b \in \mathbb{R}^n$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$  e un vettore  $x^{(k)}$  esegue un passo del metodo di Gauss-Seidel restituendo il vettore  $x^{(k+1)}$ . Il programma deve avere costo lineare in  $n$  e non richiedere la memorizzazione della matrice di iterazione o di  $A$ .

*Esercizio 2.* Siano  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$  e  $g(x) = \frac{4x^2 - 4x + 2}{x^2 + 1}$ .

1. Si dica quante soluzioni ha l'equazione  $f(x) = 0$  e se ne diano gli intervalli di separazione.
2. Si studi la convergenza del metodo delle tangenti alle soluzioni dell'equazione  $f(x) = 0$  (convergenza locale, ordine di convergenza e convergenza in largo).
3. Si dica se le equazioni  $f(x) = 0$  e  $x = g(x)$  sono equivalenti. Si studi la convergenza locale del metodo di punto fisso  $x_{i+1} = g(x_i)$ .
4. Si studi il condizionamento del calcolo della funzione  $g(x)$ .