

## ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO

**Esercizio 1.** Sia  $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \geq j \text{ o } j = n; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Si mostri che  $A$  ammette fattorizzazione LU.
2. Si determinino i fattori triangolari  $L$  ed  $U$  di tale fattorizzazione.
3. Si determini  $\det(A)$ .
4. Si caratterizzi l'insieme  $Im(A) = \{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n : \exists \mathbf{x}, A\mathbf{x} = \mathbf{z}\}$ .
5. Si determini il costo computazionale della risoluzione del sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{b} \in Im(A)$ , mediante la procedura
  - (a)  $L\mathbf{y} = \mathbf{b}$ ;
  - (b)  $U\mathbf{x} = \mathbf{y}$ .
6. Si scriva un programma MatLab che implementa la procedura descritta al punto precedente.