# CALCOLO NUMERICO
## Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
## A.A. 2013/2014 – Appello 20/02/2014

| NOME | COGNOME | MATRICOLA |
|---|---|---|

**Esercizio 1** Data $f(x) \in C^2[a,b]$ si considerino le approssimazioni $I_R(n)$ e $I_T(n)$ del il valore dell'integrale definito $I = \int_a^b f(x)dx$ ottenute rispettivamente mediante la formula composta dei rettangoli e dei trapezi su $n$ sottointervalli,

$$I_R(n) = \frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(x_k), \quad I_T(n) = \frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} \frac{f(x_k)+f(x_{k+1})}{2}$$

con $x_k = a + k\dfrac{b-a}{n}$, $0 \le k \le n$.

1. Scrivere una funzione Matlab® che dato in input $n \in \mathbb{N}$ restituisce in output le approssimazioni $I_R(n)$ e $I_T(n)$ del valore dell'integrale definito
$$I = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sqrt{1 - 0.36\ sin^2\theta}\ d\theta.$$
2. Nel caso considerato con $f(x) = \sqrt{1 - 0.36\ sin^2 x}$ e $[a,b] = [0, 2\pi]$ si dimostri che
$$\forall n \in \mathbb{N} \quad I_R(n) = I_T(n).$$
3. Assunto $I = 0.90277992777721938$ come valore corretto alla precisione di macchina si riportino gli errori $E_R(n) = |I_R(n) - I|$ e $E_T(n) = |I_T(n) - I|$ per $n = 4, 8, 12, 16$.
4. Utilizzando la formula del resto e noto che $\max_{x\in[0,2\pi]} |f''(x)| \le 1$ si determini un valore di $n$ sufficiente a garantire
$$E_T(n) < 10^{-10}.$$
5. Determinare sperimentalmente il minimo $n$ tale per cui
$$E_T(n) < 10^{-10}.$$