

# LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A–B) - a.a. 2018-2019

## SECONDO COMPITINO - 20/12/2018

**Attenzione:** Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

### ESERCIZIO 1

Assumendo che  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  e  $S$  contengano la variabile libera  $x$ , si provi che la seguente formula è valida:

$$(\forall x. \neg P \vee (P \wedge \neg R)) \wedge (\exists x. \neg(S \wedge P) \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow \neg(\forall x. Q \wedge R)$$

### ESERCIZIO 2

Assumendo  $\mathbf{a}$ : **array [0, n) of int**, con  $n > 0$ , si formalizzi il seguente enunciato con la logica del primo ordine:

“Se il primo elemento dell’array  $\mathbf{a}$  è uguale ad 1, allora tutti gli altri sono uguali alla somma dei valori precedenti.  
Altrimenti, se il primo elemento è diverso da 1, tutti gli altri sono uguali a 0.

### ESERCIZIO 3

Per ognuna delle seguenti triple, si dica se è soddisfatta. Se lo è, fornire una dimostrazione formale; se non lo è, fornire un controesempio.

1.  $\{x < y \wedge x > 0 \wedge z \geq 0\}$   $z := z + x * y;$   $x, y := z \bmod y, z \bmod x$   $\{x \geq 0\}$
2.  $\{x < y \wedge x > 0 \wedge z \geq 0\}$   $z := z + x * y;$   $x := z \bmod y;$   $y := z \bmod x$   $\{x \geq 0\}$

### ESERCIZIO 4

Assumendo  $\mathbf{a}$ : **array [0, n) of int**, si verifichi la seguente tripla:

$$\{x \in [1, n) \wedge a[0] = 1 \wedge (\forall i. i \in [1, x) \Rightarrow (a[i] > 0) \wedge (a[i] \geq a[i - 1]))\}$$
$$a[x] := a[x - 1] * 2$$
$$\{(\forall i. i \in [1, x] \Rightarrow a[i] \geq a[i - 1])\}$$

### ESERCIZIO 5

Assumendo  $\mathbf{a}$  : **array [0, n) of int**, si consideri il seguente frammento di programma annotato:

```
{T}
c, x := 0, 0;
{Inv: x ∈ [0, n] ∧ c = #{y : y ∈ [0, x) | a[y] mod 6 = 0}}{t: n - x}
while (x < n) do
  if (a[x] mod 6 = 0)
    then c, x := c+1, x+1
    else x := x+1
  fi
endw
{c = #{y : y ∈ [0, n) | a[y] mod 6 = 0} }
```

Si scrivano le ipotesi di progresso ed invarianza. Inoltre si dimostri l’ipotesi di invarianza.