

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A, B) - a.a. 2018-2019

Quarto Appello - 9/07/2019

Attenzione: Scrivere **nome, cognome, matricola e corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va prodotto un controesempio che rende la formula falsa.

1. $(P \Rightarrow \neg(Q \Rightarrow \neg(R \wedge Q) \wedge Q)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$
2. $(P \Rightarrow \neg(Q \Rightarrow \neg(R \wedge Q) \wedge S)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

ESERCIZIO 2

Si consideri l'alfabeto del primo ordine \mathcal{A} con simboli di costante $\mathcal{C} = \{g, a\}$, i simboli predicato $\mathcal{P} = \{A(-, -), PS(-, -)\}$ e l'interpretazione $I = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove \mathcal{D} è l'insieme di tutte le persone

- $\alpha(g)$ è la persona Gianni,
- $\alpha(a)$ è la persona Anna,
- $\alpha(A)(p, q)$ è vera se e solo se la persona p è amica della persona q ,
- $\alpha(PS)(p, q)$ è vera se e solo se la persona p è più studiosa della persona q ,

Formalizzare il seguente enunciato usando l'alfabeto \mathcal{A} rispetto all'interpretazione I :

“Se Gianni è più studioso di Anna, allora almeno un amico di Gianni è più studioso di tutti gli amici di Anna.”

ESERCIZIO 3

Si provi che la seguente formula è valida (P, Q e R contengono la variabile libera x):

$$((\forall x. Q \vee R \Rightarrow R) \wedge (\exists x. P \vee Q \Rightarrow R) \wedge (\exists x. R \Rightarrow P)) \Rightarrow (\exists x. Q \Rightarrow P)$$

ESERCIZIO 4

Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

“Se 3 compare in posizione pari nell'array **a**, allora 3 compare almeno tre volte nell'array **b**”

ESERCIZIO 5

Assumendo **a, b: array [0, n) of int**, si consideri il seguente frammento di programma annotato,

```
{c = 0 ∧ x = 0}
{Inv: x ∈ [0, n] ∧ (c = #{j : j ∈ [0, x] | pari(j) ∧ a[j]2 > b[j]})}{t: n - x}
while x < n do
  if (x mod 2 = 0 ∧ a[x] * a[x] > b[x])
    then c, x := c+1, x+1
    else x := x+1
  fi
endw
{(c = #{j : j ∈ [0, n] | pari(j) ∧ a[j]2 > b[j]})}
```

Si scrivano le ipotesi di progresso ed invarianza. Inoltre si dimostri l'ipotesi di invarianza.

ESERCIZIO 6

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a: array [0, n) of int**):

```
{ x ∈ [0, n - 1] ∧ (∀i. i ∈ [0, x] ⇒ a[i] = i2) }
  a[x+1] := a[x] + 2*x + 1
{(∀i. i ∈ [0, x + 1] ⇒ a[i] = i2) }
```