

# LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE - a.a. 2018-2019

## Quinto Appello - 6/09/2019

**Attenzione:** Scrivere nome, cognome, matricola e corso in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

### ESERCIZIO 1

Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va prodotto un controesempio che rende la formula falsa.

1.  $((B \Rightarrow \neg C) \wedge \neg A) \Rightarrow (B \wedge (B \Rightarrow A)) \Rightarrow (\neg A \Rightarrow (B \wedge C))$
2.  $((B \Rightarrow \neg C) \wedge \neg A) \Rightarrow (B \wedge (B \Rightarrow A)) \equiv (\neg A \Rightarrow (B \wedge C))$

### ESERCIZIO 2

Si consideri l'alfabeto del primo ordine  $\mathcal{A}$  con simboli di costante  $\mathcal{C} = \{M, G, L\}$ , i simboli predicato  $\mathcal{P} = \{A(-, -)\}$  e l'interpretazione  $I = (\mathcal{D}, \alpha)$ , dove  $\mathcal{D}$  è l'insieme di tutte le persone

- $\alpha(M)$  è la persona Marco,
- $\alpha(G)$  è la persona Giovanni,
- $\alpha(L)$  è la persona Luca,
- $\alpha(A)(p, q)$  è vera se e solo se la persona  $p$  è amica della persona  $q$ ,

Formalizzare il seguente enunciato usando l'alfabeto  $\mathcal{A}$  rispetto all'interpretazione  $I$ :

“Se ogni amico di Marco è anche amico di Giovanni e Luca non è amico di Marco, allora Luca non è amico di Giovanni.”

### ESERCIZIO 3

Si provi che la seguente formula è valida ( $Q, R$  e  $S$  contengono la variabile libera  $x$ ):

$$((\forall x. Q \vee R) \wedge (\exists x. \neg(Q \vee R) \vee \neg R \vee (R \wedge S))) \Rightarrow (\exists x. R \Rightarrow S)$$

### ESERCIZIO 4

Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a: array [0, n) of int** e **b: array [0, m) of int**):

“Per ogni numero in posizione dispari nell'array **a**, esiste un numero maggiore in posizione pari nell'array **b**”

### ESERCIZIO 5

Assumendo **a: array [0, n) of int**, si consideri il seguente frammento di programma annotato,

```
{c = 0 ∧ y = 0}
{Inv: y ∈ [0, n] ∧ (c = (∑i : i ∈ [0, y) ∧ pari(a[i]) . a[i]2))} {t: n - y}
while y < n do
  if (a[y] mod 2 = 0)
    then c, y := c+a[y]*a[y], y+1
    else y := y+1
  fi
endw
{c = (∑i : i ∈ [0, n) ∧ pari(a[i]) . a[i]2)}
```

Si scrivano le ipotesi di progresso ed invarianza. Inoltre si dimostri l'ipotesi di invarianza.

### ESERCIZIO 6

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a: array [0, n) of int**):

```
{ x ∈ [1, n) ∧ (∀i . i ∈ [0, x) ⇒ a[i] mod 2 = 0) }
  a[x] := a[x-1]*2;
  x := x+1
{ (∀i . i ∈ [0, x) ⇒ a[i] mod 2 = 0) }
```