

# Analisi Matematica A-B

A.A. 2019-2020

C. Grisanti, L. Slavich, V.M. Tortorelli

V settimana, 15-21 ottobre 2018: quinto foglio di esercizi

---

## LEGENDA

I principali testi e raccolte di esercizi a cui si fa riferimento in queste note sono:

[GGS]	M.Ghisi, M. Gobbino, “Schede di Analisi Matematica”
[GGE]	M.Ghisi, M. Gobbino, “Schede di Analisi Matematica”
[FM ]	A.Faedo, L.Modica, “Analisi I, lezioni”
[MS]	P.Marcellini, C. Sbordone, “Elementi di Analisi Matematica uno”
[ABC]	E.Acerbi, G. Buttazzo, “Analisi Matematica ABC 1: funzioni di una variabile”

Con:

- \* si indicano gli esercizi più impegnativi,
- o quelli di approfondimento o estensione e quelli più teorici.

Altri esercizi sono nelle raccolte di testi di esame degli anni passati reperibili in

<http://pagine.dm.unipi.it/grisanti/didattica/compiti-desame/analisi-matematica/informatica/>

---

V GRUPPO DI ESERCITAZIONE: derivabilità, rette tangenti a grafici.  
Teoria relativa nei testi indicati e svolta a lezione

---

Esercizi del quinto gruppo di esercitazioni: difficoltà da prima parte d'esame  
Risolvere i seguenti esercizi senza dare dimostrazioni

1 Calcolare la derivata delle seguenti funzioni:

a)  $x^2e^{-x}$ ; b)  $\arctan(1/x)$ ; c)  $\log\left(\frac{\sqrt[3]{1+x^3}}{x}\right)$ .

2 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a)  $\log((2x)^x)$ ; b)  $\tan(1-2x)$ ; c)  $\frac{x}{1-x^2}$ .

3 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a)  $\sin(x^3-1)$ ; b)  $3^{5x}/9^{2x}$ .

4 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a)  $\exp(1+x^2)$ ; b)  $2^{6x}/4^{2x}$ .

5 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a)  $\cos(1-x^2)$ ; b)  $4^{2x}/2^{3x}$ .

6 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a)  $x^2e^{-x}$ ; b)  $\log\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)$ .

7 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a)  $x^2\exp(1-x)$ ; b)  $\sqrt{1+x^2}$ .

8 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a)  $\sin(x^2-1)$ ; b)  $9^{3x}/3^{4x}$ .

---

Esercizi da esame del quinto gruppo di esercitazioni: seconde parti  
Risolvere i seguenti esercizi motivando accuratamente le risposte.

\* 1 a) Dato  $\lambda > 0$  si determini sulla semiretta positiva delle ascisse l'intervallo  $[0, p(\lambda)]$  ove è non positiva la derivata seconda della funzione

$$y = f_\lambda(x) = \sqrt{\lambda}e^{-x^2\lambda}.$$

b) Calcolare l'area del triangolo rettangolo di altezza il segmento verticale da  $(p, 0)$  a  $(p, \sqrt{\lambda}e^{-p^2\lambda})$  e ipotenusa il segmento della retta tangente al grafico in  $(p, \sqrt{\lambda}e^{-p^2\lambda})$  tra questo punto e l'asse orizzontale.

\* 2 Si consideri la funzione  $f(x) := x^5e^{-x}$ ,

e per ogni  $a > 0$  sia  $T_a$  il triangolo delimitato dalle seguenti rette: l'asse delle  $y$ , la retta passante per l'origine e per il punto  $(a, f(a))$ , la retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(a, f(a))$ .

a) Calcolare l'area  $A(a)$  di  $T_a$ .

b) Si calcoli il valore minimo di  $A(a)$ ,  $a > 0$ .

c) Provare che la funzione  $A(a)$ ,  $a > 0$  assume valore massimo.