

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE – a.a. 2019/20

Seconda esercitazione — 8/9 ottobre 2019

1. Come compaiono P e $P \Rightarrow Q$ nelle seguenti proposizioni? Positivamente o negativamente?

- (a) $\neg P \Rightarrow R$
- (b) $\neg(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \wedge R) \Rightarrow S)$
- (c) $P \Rightarrow Q \Rightarrow R$
- (d) $((P \vee Q) \Rightarrow R) \wedge \neg(P \Rightarrow Q)$
- (e) $(\neg P \vee Q) \wedge \neg(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow S) \Rightarrow (R \vee S)$
- (f) $(P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow S) \Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow Q \wedge S)$

2. Nei seguenti passi di dimostrazione, indicare il connettivo logico corretto da sostituire a \boxtimes applicando il Principio di Sostituzione dell'Implicazione. Motivare la risposta.

- (a) $P \Rightarrow \neg(Q \wedge (R \Rightarrow S))$
 $\boxtimes \quad \{(\text{semplificazione-}\wedge)\}$
 $P \Rightarrow \neg Q$
- (b) $(P \vee Q) \wedge R \Rightarrow (R \Rightarrow Q)$
 $\boxtimes \quad \{(\text{introduzione-}\vee)\}$
 $P \wedge R \Rightarrow (R \Rightarrow Q)$

3. Applicare la legge *Modus Ponens* alla sottoformula sottolineata della seguente formula, e scrivere per esteso la formula risultante, la giustificazione e il connettivo.

$$R \wedge \underline{(\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee \neg P \Rightarrow R)} \Rightarrow P \wedge R$$

4. Si provi che le seguenti proposizioni sono tautologie, usando dimostrazioni per sostituzione con ipotesi non tautologiche.

- (a) $(P \Rightarrow R \vee S) \wedge (R \Rightarrow S) \Rightarrow (P \Rightarrow S)$
- (b) $(P \vee Q \Rightarrow R \wedge S) \Rightarrow (P \Rightarrow S)$
- (c) $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R))$

5. Si provi che le seguenti proposizioni sono tautologie, senza usare le tabelle di verità. Per ogni tautologia cercare di trovare la tecnica di dimostrazione più adeguata.

- (a) $(P \wedge Q) \wedge (\neg Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \vee R)$
- (b) $((\neg P \Rightarrow Q) \Rightarrow \neg R \vee S) \Rightarrow (R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P)$
- (c) $\neg P \wedge (R \Rightarrow \neg(P \Rightarrow Q)) \Rightarrow \neg R$
- (d) $\neg((\neg Q \vee P) \wedge R) \wedge (P \vee Q \Rightarrow R) \Rightarrow (Q \Rightarrow \neg P)$

6. Usando come ipotesi $(P \wedge Q) \Rightarrow R$ e $R \Rightarrow S$, dimostrare per casi su Q che vale $(P \Rightarrow \neg Q \vee S)$

7. Per ognuna delle seguenti formule si dica se si tratta di una tautologia oppure no. Se è una tautologia si fornisca una dimostrazione altrimenti si fornisca un controesempio.

- (a) $(Q \Rightarrow R) \wedge (\neg P \Rightarrow P) \Rightarrow (P \vee Q \Rightarrow P \wedge R)$
- (b) $(\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg(P \Rightarrow \neg Q) \vee (Q \vee \neg R)) \Rightarrow (R \Rightarrow P)$