

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE – a.a. 2019/20

Quarta esercitazione 21 novembre 2019 - Esercizi aggiuntivi

ESERCIZIO 1

Si dimostri che le seguenti formule del primo ordine sono valide:

1. $(\forall x. \neg(B(x) \Rightarrow \neg A(x))) \vee \neg(\exists x. A(x) \vee (\neg B(x) \Rightarrow A(x))) \Rightarrow (\forall x. A(x) \Rightarrow B(x))$
2. $(\exists x. R(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x. \neg(P(x) \vee Q(x))) \Rightarrow (\exists x. Q(x) \vee R(x) \Rightarrow \neg P(x))$
3. $(\exists x. (\forall y. P)) \Rightarrow (\forall y. (\exists x. P))$

ESERCIZIO 2

Dimostrare in modo formale che delle seguenti formule una è valida e l'altra no.

1. $(\forall x. \neg P(x) \Rightarrow R(x)) \wedge (\neg(\exists x. R(x)) \vee (\forall x. Q(x))) \Rightarrow (\forall x. Q(x) \vee P(x))$
2. $(\forall x. \neg P(x) \Rightarrow R(x)) \wedge (\neg(\exists x. R(x)) \vee (\forall x. Q(x))) \Rightarrow (\forall x. Q(x) \vee R(x))$

ESERCIZIO 3

Si fornisca per ognuno dei seguenti enunciati una formula del primo ordine che lo formalizza usando l'interpretazione standard sui naturali e ipotizzando che **bar** e **foo** siano due array con dominio rispettivamente $[0, n)$ e $[0, m)$:

1. Il numero di elementi dell'array **bar** che sono uguali all'elemento successivo è minore della somma degli elementi dell'array **foo** che sono uguali al doppio dell'elemento precedente
2. Ogni elemento dell'array **foo** di posizione pari è il triplo di un elemento dell'array **bar**, mentre tutti gli altri sono minori di tutti gli elementi di **bar**

ESERCIZIO 4

Si consideri il seguente array **a** con dominio $[0, 5)$:

5	2	4	0	3
---	---	---	---	---

Si spieghi a parole cosa calcola la seguente formula e si dica quanto vale k :

$$k = (\Sigma x : x \in [0, 5) \wedge (\mathbf{a}[x] \in [0, 5) \Rightarrow \text{pari}(\mathbf{a}[\mathbf{a}[x]])) . x)$$

ESERCIZIO 5

Usando le ipotesi non tautologiche e le opportune leggi dell'intervallo, dimostrare la seguente formula assumendo che gli array **a** e **b** abbiano dominio $[0, n)$ e che $x \in (0, n)$:

$$(\forall i. i \in [0, x) \Rightarrow \mathbf{b}[i] = (\Sigma j : j \in [0, i] . \mathbf{a}[j])) \wedge \mathbf{b}[x] = \mathbf{b}[x-1] + \mathbf{a}[x] \Rightarrow (\forall i. i \in [0, x) \Rightarrow \mathbf{b}[i] = (\Sigma j : j \in [0, i] . \mathbf{a}[j]))$$