① Sia $A = \begin{bmatrix} n & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$:

definita da

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \neq j \\ -n & \text{se } i = j \end{cases},$$

(a) MOSTRARE CHE A È INVERTIBILE

(b) DETERMINARE UNA MAGGIORAZIONE DI $K_2(A)$

(c) SCRIVERE UN PROGRAMMA MATLAB CHE CALCOLA IL PRODOTTO DI A PER UN VETTORE CON COSTO $O(n)$ operazioni aritmetiche.

---

② Sia $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \alpha \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$ $(\alpha > 0)$

(a) Si determini A^4

(b) Si determinino gli autovalori di A

(c) Mostrare che gli autovalori $\in \bigcup_{i=1}^{4} K_i$

(cerchi di Gershgorin)

(d) Si dica se A è diagonalizzabile.

(e) Per ogni autovalore λ di A determinare

UN CORRISPONDENTE AUTOVETTORE