Università di Pisa - Corso di Laurea in Informatica

A.A. 2018-2019

Analisi Matematica A-B

C.Grisanti, L.Slavich, V.M. Tortorelli

IX settimana, 18 novembre 22 novembre 2019: nono foglio di simulazione

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Rispondere alle domande o inserendo la risposta o inserendo la lettera, corrispondente all'unico risultato corretto, nel riquadro, o graficamnte, quando richiesto. Ogni risposta esatta vale 1, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta mancante vale 0. Consegnare solo il presente foglio e riportare le risposte sull'altro che deve essere conservato per confrontare le risposte. Per accedere alla seconda prova è necessario un punteggio maggiore o uguale a 4.5.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Domanda 1 La primitiva $\sin(\pi x + 2\pi)$ che vale 1 in 0 è

A) $-\cos(\pi x + 2\pi)$ B) $-\frac{1}{\pi}\cos(\pi x + 2\pi) + \frac{1}{\pi} + 1$
C) $-\frac{1}{2\pi}\cos(\pi x + 2\pi) + \frac{1}{2\pi} + 1$ D) $\frac{1}{2}\cos(\pi x + 2\pi) + \frac{1}{2}$

Domanda 2

$$\int_0^1 \frac{dx}{3-2x} = \boxed{}$$

A) $-\frac{1}{2}\log 3$ B) $\log 2$
C) $\log\sqrt{3}$ D) $\log 2 - \frac{1}{2}\log 3$

Domanda 3 Tutte le primitive di $f(x) = \frac{1}{x}$ sul suo dominio naturale di definizione sono

A) $f(x) = \log x + c,\ c \in \mathbb{R}$ B) $f(x) = \begin{cases} \log x + c & x > 0 \\ \log x + d & x < 0 \end{cases},\quad c, d \in \mathbb{R}$

C) $f(x) = \log|x| + c,\ c \in \mathbb{R}$ D) $f(x) = \begin{cases} \log x + c & x > 0 \\ \log(-x) + d & x < 0 \end{cases},\quad c, d \in \mathbb{R}$

Domanda 4 L'integrale di $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{e^x+1} & 0 \le x \le 1 \\ \frac{4x-2}{2x+1} & 1 \le x \end{cases}$ su $[0;2]$, vale

A) $\log\frac{50}{9e^2(e+1)}$ B) $\log\frac{9(e+1)}{50}$ C) $\log\frac{9e^2(e+1)}{50}$ D) $\log\frac{50}{9(e+1)}$

Domanda 5

$$\int_0^\pi e^{2x}\sin x\,dx = \boxed{}$$

A) $\frac{e^{2\pi}+1}{5}$ B) $\frac{1-e^{2\pi}}{5}$ C) $\frac{e^{2\pi}-1}{5}$ D) $\frac{e^{2\pi}+1}{2}$

Domanda 6 La primitiva di $\frac{1}{x^2+x+1}$ è

A) $\frac{2}{\sqrt{3}}\mathrm{artan}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ B) $\mathrm{artan}\left(\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}\right)$ C) $\log(1+x+x^2)$ D) $\frac{1}{2x+1}\log(1+x+x^2)$

Domanda 7

$$\lim_{r\to+\infty}\int_1^r \left[\left(x^\pi + 1\right)^{\frac{1}{\pi}} - \left(x^{\frac{1}{\pi}} + 1\right)^\pi\right] dx = \boxed{}$$

A) non esiste B) $+\infty$ C) 0 D) $-\infty$

Domanda 8

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^4}\int_0^x t^2\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) dt = \boxed{}$$

A) non esiste B) $-\frac{1}{4}$ C) -2 D) $-\infty$

Domanda 9 La funzione $f(x) = \displaystyle\int_x^{x^2} \frac{dt}{\left(t^{\sqrt{2}} - 1\right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}}$, $x > 1$:

A) ha massimo B) ha un asintoto orizzontale C) ha un asintoto verticale D) non ha minimo

Domanda 10

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^2}\int_0^n \log(1+e^x)\,dx = \boxed{}$$

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $+\infty$

Università di Pisa - Corso di Laurea in Informatica

A.A. 2018-2019

Analisi Matematica A-B

C.Grisanti, L.Slavich, V.M. Tortorelli

IX settimana, 18 novembre 22 novembre 2019: nono foglio di simulazione

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Svolgere il tema giustificando esaurientemente i passaggi.

Esercizio 1 Dato $a > 0$, consideriamo le funzioni $f(x) = \dfrac{ax^2}{2 + x^3}$, $g(x) = \sin\left(\dfrac{2}{x}\right)$,
ed indichiamo con A l'insieme dei punti (x, y) tali che $x \geq 2$ e $f(x) \leq y \leq g(x)$.
a) Trovare la parti principali di $f(x)$, $g(x)$, $g(x) - f(x)$ per $x \to +\infty$.
b) Dire per quali a l'insieme A è limitato.
c) Per i rimanenti a si provi che la proiezione di A sull'asse orizzontale contiene una semiretta $[b; +\infty)$.
d) Per quali di questi ultimi a l'insieme A ha area finita: cioè $\lim\limits_{r \to +\infty} \int_b^r (g(x) - f(x))\, dx < +\infty$?

Esercizio 2 Dato $a > 0$ sia $f(x) = 1 - \left(\cos \dfrac{1}{x^a}\right)^x$, $x \geq 1$.
a- Si calcoli $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ al variare di $a > 0$.
b- Per quali $a > 0$ l'area tra il grafico di f, funzione non negativa, e la semiretta $[1; +\infty)$ sull'asse delle ascisse è finita, cioè $\lim\limits_{r \to +\infty} \int_1^r f(x), dx < +\infty$?