

Analisi Matematica A-B

A.A. 2019-2020

C.Grisanti, L. Slavich, V.M. Tortorelli

I settimana, 16-21 settembre 2018: primo foglio di esercizi

LEGENDA

I principali testi e raccolte di esercizi a cui si fa riferimento in queste note sono:

[GGS]	M.Ghisi, M. Gobbino, “Schede di Analisi Matematica”
[GGE]	M.Ghisi, M. Gobbino, “Schede di Analisi Matematica”
[FM]	A.Faedo, L.Modica, “Analisi I, lezioni”
[MS]	P.Marcellini, C. Sbordone, “Elementi di Analisi Matematica uno”
[ABC]	E.Acerbi, G. Buttazzo, “Analisi Matematica ABC 1: funzioni di una variabile”

Con:

- * si indicano gli esercizi più impegnativi,
- o quelli di approfondimento o estensione e quelli più teorici.

Altri esercizi sono nelle raccolte di testi di esame degli anni passati reperibili in

<http://pagine.dm.unipi.it/grisanti/didattica/compiti-desame/analisi-matematica/informatica/>

I GRUPPO DI ESERCITAZIONE, IT: richiami sui prerequisiti, notazioni, funzioni,
grafici notevoli e operazioni sui grafici.

Ripasso delle nozioni e tecniche delle scuole secondarie: disequazioni, trigonometria

- [GGS] pagg. 10-31, [GGE] pagg. 10-15, [MS] pagg.1-59, [ABC] pagg. 44-49
pagg. 2IT-3IT Complementi su notazioni insiemistiche e relazioni con i connettivi logici.
- [GGS] pagg. 34-35, [FM] pagg. 1-9, [MS] pagg.1-59, [ABC] pagg. 40-41
Operazioni sui grafici e grafici elementari.
Rappresentazione grafica di funzioni reali di variabile reale.
- [GGS] pagg. 37-39, 45-47, [GGE] pagg. 18-21, 42-45, [FM] pagg. 26-36,
[MS] pagg.1-59, [ABC] pagg. 1-14
Funzioni inverse delle funzioni trigonometriche.

Teoria relativa nei testi indicati e svolta a lezione

Esercizi del primo gruppo di esercitazioni: difficoltà da prima parte d'esame
Risolvere i seguenti esercizi senza dare dimostrazioni

- 1 Determinare l'insieme di definizione di $\sqrt{-\log(x^3 - 1)}$.
- 2 Trovare il numero $\alpha \in [0, \pi/2]$ tale che $\sin(x + \alpha) = \cos(x - \alpha)$.
- 3 Di ciascuno dei seguenti insiemi dire se è limitato e se ammette massimo: a) $[1, 2) \cup (-\infty, 0]$; b) $(-2, 2) \cap (-\infty, 1]$; c) $\{e^n : n \in \mathbf{Z}\}$.
- 4 Disegnare il grafico della funzione $(\arcsin x) + 1$.
- 5 Risolvere la disequazione $\log(x^4 - 1) \leq 0$.
- 6 Esprimere $(\sin(2x))^2$ in funzione di $\sin x$.
- 7 Trovare l'immagine della funzione e^{-x^2} .
- 8 Disegnare il grafico della funzione $|e^{-x} - 1|$.
- 9 Determinare il dominio di definizione della funzione $\arcsin(2e^t)$.
- 10 Trovare le soluzioni dell'equazione $\cos(x - 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ nell'intervallo $0 \leq x \leq 2$.
- 11 Disegnare l'insieme dei punti (x, y) tali che: $-\frac{1}{x^2} \leq y \leq \cos x - 2$.
- 12 Determinare il dominio di definizione della funzione $\arcsin(\log t)$.
- 13 Trovare le soluzioni dell'equazione $\sin(x + 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ nell'intervallo $-1 \leq x \leq 2$.
- 14 Disegnare l'insieme dei punti (x, y) tali che: $-\frac{1}{x^2} + 1 \leq y \leq \cos x - 1$.
- 15 Determinare il dominio di definizione della funzione $\arccos(3e^t)$.
- 16 Trovare le soluzioni dell'equazione $\cos(x + 1) = 1/\sqrt{2}$ con $-2 \leq x \leq 0$.
- 17 Disegnare l'insieme dei punti (x, y) tali che: $\frac{1}{x^2} \geq y \geq 2 - \cos x$.
- 18 Determinare il dominio di definizione della funzione $\arccos(\log t)$.
- 19 Trovare le soluzioni dell'equazione $\sin(x + 2) = 1/\sqrt{2}$ nell'intervallo $-2 \leq x \leq 1$.
- 20 Disegnare l'insieme dei punti (x, y) tali che: $\frac{1}{x^2} - 1 \geq y \geq 1 - \cos x$.
- 21 Disegnare il grafico di $f(x) = 1 - e^x$ e risolvere *graficamente* la disequazione $f(x) \geq x^2$.
- 22 Risolvere la disequazione $\frac{x - 1}{x^2 - 4} > 0$.
- 23 Disegnare l'insieme dei punti (x, y) che soddisfano $x > 0$ e $\frac{1}{x} \leq y \leq \log(x + 1)$.
- 24 Trovare le soluzioni della disequazione $\sin x \leq 1/2$ comprese tra 0 e 2π .
- 25 Disegnare il grafico di $f(x) = \frac{1}{(x + 1)^2}$ e risolvere *graficamente* la disequazione $f(x) \leq x$.
- 26 Trovare le soluzioni della disequazione $\cos x \geq 1/2$ comprese tra 0 e 2π .
- 27 Disegnare il grafico di $f(x) = \frac{1}{(x - 1)^3}$ e risolvere *graficamente* la disequazione $f(x) \leq x$.

- 28 Trovare le soluzioni della disequazione $\sin x \geq -1/2$ comprese tra 0 e 2π .
- 29 Disegnare il grafico di $f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$ e risolvere *graficamente* la disequazione $f(x) \geq x$.
- 30 Trovare le soluzioni della disequazione $\cos x \geq -1/2$ comprese tra 0 e 2π .
- 31 Disegnare il grafico di $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ e risolvere *graficamente* la disequazione $f(x) \leq -x$.
- 32 Determinare l'insieme di definizione della funzione $\frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}$.
- 33 Disegnare il grafico di $f(x) = |e^x - 1|$.
- 34 Determinare l'insieme di definizione della funzione $\frac{\sin x}{\sqrt{8-x^3}}$.
- 35 Disegnare il grafico di $f(x) = e^{|x|} - 1$.
- 36 Determinare l'insieme di definizione della funzione $\frac{e^x}{\sqrt{x^2-4}}$.
- 37 Disegnare il grafico di $f(x) = |1 - e^x|$.
- 38 Determinare l'insieme di definizione della funzione $\frac{\sin x}{\sqrt{x^3-8}}$.
- 39 Disegnare il grafico di $f(x) = -e^{|x|}$.
- 40 Risolvere la disequazione $\log \log x > 0$.
- 41 Risolvere la disequazione $\log |\log x| > 0$.
- 42 Risolvere la disequazione $\exp(\exp(x)) > 2$.
- 43 Disegnare l'insieme dei punti (x, y) tali che $0 \leq y \leq \sin x$.
- 44 Risolvere la disequazione $\log \log x > 1$.
- 45 Disegnare l'insieme dei punti (x, y) tali che $\cos x \leq y \leq 0$.
- 46 Risolvere la disequazione $\exp(\exp(x)) > 4$.
- 47 Disegnare l'insieme dei punti (x, y) tali che $\sin x \leq y \leq 0$.

Esercizi da esame del primo gruppo di esercitazioni: seconde parti
 Risolvere i seguenti esercizi motivando accuratamente le risposte.

* o 1 Si suddivida l'intervallo $(0; 1)$ in intervalli uguali di lunghezza un decimo (della lunghezza di $(0; 1)$), e si tolgano gli intervalli chiusi centrali lasciando solo gli intervalli aperti estremi. Si ripeta l'operazione su ognuno di questi due intervalli rimasti, e quindi la si iteri successivamente infinite volte, di volta in volta, sui rimanenti. Gli allineamenti decimali corrispondenti a quanto rimane dell'intervallo $(0; 1)$ quale tra le seguenti proprietà soddisfano:

- A) di non avere a cifra 0, B) di avere solo le cifre 0 e 9,
 C) di esser periodici, D) di non avere la cifra 9.

** 2 a) Si disegnino i grafici delle funzioni:

$$f_1(x) := \sin \frac{\pi}{1+x^2}, \quad f_2(x) := \sin \frac{\pi}{\frac{6}{5}+x^2}, \quad f_3(x) := \sin \frac{\pi}{2+x^2}, \quad f_4(x) := \sin \frac{\pi}{6+x^2}.$$

b) Si determini il numero delle soluzioni di dell'equazione $f_k(x) = \frac{1}{2}$ per $k = 1, \dots, 4$.