

## Appello Straordinario di MDAL

3 novembre 2016

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: ..... Corso e Aula: .....

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte.

**Esercizio 1.** Determinare il numero di soluzioni della congruenza

$$5^{x+3} = 4 \pmod{11}$$

nell'intervallo  $[-30, 50]$ .

**Esercizio 2.**

Calcolare il numero di matrici invertibili  $2 \times 2$  a coefficienti in  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ , giustificando opportunamente la risposta.

**Esercizio 3.** Dare un esempio di una matrice  $2 \times 2$  su  $\mathbb{R}$  diagonalizzabile ma non diagonale, e di una non diagonalizzabile, giustificando le risposte.

**Esercizio 4.** Si indichi con  $\mathbb{R}[x]_2$  lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti in  $\mathbb{R}$  di grado minore o uguale a 2.

Sia  $T : \mathbb{R}[x]_2 \rightarrow \mathbb{R}[x]_2$  l'applicazione lineare che manda il polinomio  $p(x)$  in  $p(0)x^2 + p(1)$ .

- a. Si scelga una base di  $\mathbb{R}[x]_2$ , e si scriva la matrice associata a  $T$  utilizzando questa base sia in partenza che in arrivo.
- b. Si trovi una base di  $\text{Im } T$ . Qual è la dimensione di questo spazio?
- c. Si trovi una base di  $\text{Ker } T$ . Qual è la dimensione di questo spazio?