
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO
Appello Straordinario del 04/04/2018

Esercizio 1. In statistica la varianza tra 2 numeri x e y è definita come

$$\text{Var}(x, y) = \left(x - \frac{x+y}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{x+y}{2}\right)^2.$$

1. Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x) = \text{Var}(x, 1)$.
2. Si studi la stabilità dell' algoritmo individuati dall'espressione precedente per il calcolo di $f(x) = \text{Var}(x, 1)$.

Esercizio 2. Sia $\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}]^T \in \mathbb{R}^{n-1}$ e sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j; \\ -1/2 & \text{se } j - i = 1; \\ \gamma_j & \text{se } i = n \text{ e } j < n; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Si dimostri che se $|\gamma_j| < 1/2$, $1 \leq j \leq n-1$, allora A è invertibile.
2. Si dimostri che il procedimento di eliminazione di Gauss può essere portato a termine senza scambi di righe.
3. Utilizzando il procedimento di eliminazione di Gauss si mostri che $\det(A) = 1 + \sum_{j=1}^{n-1} 2^{j-n} \gamma_j$.

Esercizio 3. Si consideri l'equazione

$$f(x) = \log(x^3) + 2x + 1 = 0.$$

1. Si dimostri che l'equazione ammette una ed una sola soluzione reale α e se ne individui un intervallo di appartenenza.
2. Si studi la convergenza del metodo delle tangenti alla soluzione α .