

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2017/2018 – Correzione Appello Straordinario 04/04/2018

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1

1. Si ha $f(x) = (x - 1)^2/2$ da cui

$$|\epsilon_{in}| \doteq \left| \frac{2x(x-1)}{(x-1)^2} \right| |\epsilon_x| \leq \frac{2|x|}{|x-1|} u.$$

Dal grafico di $g(x) = 2|x|/|x-1|$ segue che il calcolo è mal condizionato in un intorno di $x = 1$.

2. Posto $z = (x + 1)/2$, il contributo dell'errore commesso nel calcolo di z si annulla e quindi si ottiene

$$|\epsilon_{alg1}| \leq 4u,$$

e dunque l'algoritmo è stabile.

Esercizio 2

1. Segue dal teorema di Gershgorin calcolando i cerchi per colonna.
2. Le sottomatrici principali di testa di ordine $1, \dots, n - 1$ sono triangolari superiori con elementi uguali ad 1 sulla diagonale principale.
3. Impostando il metodo per la matrice $U = (u_{i,j})$ si ottiene

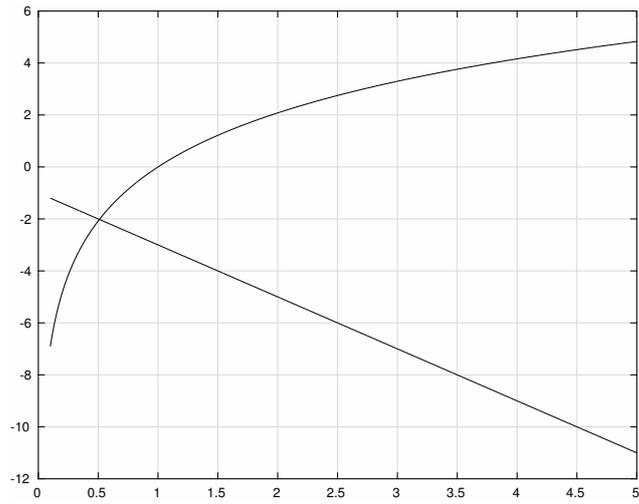
$$u_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j < n; \\ -1/2 & \text{se } j - i = 1; \\ 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^{k-n} \gamma_k & \text{se } i = j = n; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Esercizio 3

1. Si ha

$$f(x) = 0 \quad \iff \quad 3 \log(x) = -2x - 1.$$

Il confronto dei grafici fornisce il seguente da cui si deduce $\alpha \in (0, 1)$.



2. Si ha $f'(x) = 3/x + 2$ e $f''(x) = -3/x^2$ da cui $f \in C^2(\mathbb{R}^+)$ ed inoltre $f'(x) \neq 0$ e $f(x)f''(x) > 0 \forall x \in (0, \alpha)$. Segue la convergenza $\forall x_0 \in (0, \alpha]$. Dalla condizione $f'(\alpha) = 3/\alpha + 2 > 0$ segue inoltre la convergenza locale.