
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PRIMA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

Compito A
04/04/2018

Esercizio 1. In statistica la varianza tra 2 numeri x e y è definita come

$$\text{Var}(x, y) = \left(x - \frac{x+y}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{x+y}{2}\right)^2.$$

1. Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x) = \text{Var}(x, 1)$.
2. Si dimostri che la funzione $\text{Var}(x, y)$ può anche essere calcolata utilizzando la seguente espressione equivalente

$$\text{Var}(x, y) = x^2 + y^2 - \frac{(x+y)^2}{2}.$$

3. Si confrontino dal punto di vista della stabilità gli algoritmi individuati dalle espressioni precedenti per il calcolo di $f(x) = \text{Var}(x, 1)$.

Esercizio 2. Sia $g = [\gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}]^T \in \mathbb{R}^{n-1}$ e sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j; \\ -1/2 & \text{se } j - i = 1; \\ \gamma_j & \text{se } i = n \text{ e } j < n; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Si dimostri che se $|\gamma_j| < 1/2$, $1 \leq j \leq n-1$, allora A è invertibile.
2. Si dimostri che A ammette fattorizzazione LU per ogni valore di γ_j con $1 \leq j \leq n-1$.
3. Si determini il fattore triangolare L ed il fattore triangolare U della fattorizzazione LU di A .
4. Si mostri che $\det(A) = 1 + \sum_{j=1}^{n-1} 2^{j-n} \gamma_j$.
5. Si dimostri che se $|\gamma_j| < 1/2$, $1 \leq j \leq n-1$, allora il calcolo del determinante è ben condizionato.
6. Si scriva una funzione Matlab `function y=mat_prod(g, b)` che dati in ingresso il vettore $g = [\gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}]^T$ dei coefficienti ed il vettore \mathbf{b} restituisca in uscita il vettore $\mathbf{y} = A\mathbf{b}$ calcolato con costo lineare senza la memorizzazione esplicita della matrice.