

CALCOLO NUMERICO  
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica  
A.A. 2015/2016 – Appello 17/02/2016

---

NOME

COGNOME

MATRICOLA

---

**Esercizio 1** Sia  $A \in \mathbb{R}^{n \times n} = (a_{i,j})$ ,  $n > 1$ , definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} n & \text{se } i = j; \\ -1 & \text{se } i \neq j. \end{cases}$$

1. Si dimostri che  $A$  è definita positiva.
2. Sia  $J$  la matrice di iterazione del metodo di Jacobi applicato per la risoluzione di un sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Sia  $\{\mathbf{x}_j\}$  la successione generata dal metodo e  $\mathbf{x}^*$  la soluzione del sistema. Si calcoli  $\|J\|_\infty$  e si determini un intero  $k = k(n)$  tale da aversi

$$\|\mathbf{e}_k\|_\infty / \|\mathbf{e}_0\|_\infty \leq 2^{-32},$$

con  $\mathbf{e}_j = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}^*$ ,  $j \geq 0$ .

3. Scrivere una funzione Matlab<sup>®</sup> che dati in input  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$  e  $j \in \mathbb{N}$  restituisce in output l'approssimazione  $\mathbf{x}_j$  generata dal metodo di Jacobi implementato in modo da non richiedere la memorizzazione della matrice  $A$  ed avere un costo per iterazione lineare in  $n$ .
4. Noto che  $A\mathbf{e} = \mathbf{e}$  con  $\mathbf{e} = \text{ones}(n, 1)$  si calcoli

$$r_j = \|\mathbf{e}_j\|_\infty / \|\mathbf{e}_0\|_\infty$$

per  $n = 32$ ,  $\mathbf{b} = \mathbf{e}$ ,  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$  e  $j = 8, 16, k(32)$ .