CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2014/2015 – Appello 30/01/2015

NOME COGNOME MATRICOLA

Esercizio 1 Sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ la matrice tridiagonale con elementi non nulli uguali ad 1 eccetto $a_{n-1,n} = 2$. Per $n = 4$ si ha

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si determini $d \neq 0$ tale che posto $D \in \mathbb{R}^{n\times n}$ la matrice diagonale

   $$D = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & d \end{bmatrix},$$

   si ha che $B = D \cdot A \cdot D^{-1}$ è simmetrica.

2. Si dica motivando la risposta se:

   (a) A è simmetrica:

   (b) A ha autovalori reali;

   (c) A è diagonalizzabile.

3. Scrivere una funzione Matlab® che dato in input n e j implementa una variante del metodo delle potenze inverse restituendo in output il vettore $\boldsymbol{z} = [z_1, \ldots, z_j] \in \mathbb{R}^j$ con $z_s = \boldsymbol{x}_1^{(s)}/\boldsymbol{x}_1^{(s-1)}$, $1 \leq s \leq j$, dove i vettori $\boldsymbol{x}^{(s)}$ sono generati a partire da $\boldsymbol{x}^{(0} = \texttt{ones}(n, 1)$ mediante la relazione $A\boldsymbol{x}^{(s)} = \boldsymbol{x}^{(s-1)}$, $1 \leq s \leq j$.

4. Per $n = j = 20$ riportare gli ultimi 3 elementi di $\boldsymbol{z}$.

5. Cosa approssima z_j? Verificare la risposta utilizzando il comando `eig` di MatLab.