

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2016/2017 – Appello 27/06/2017

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Esercizio 1 Si consideri le due equazioni equivalenti

$$f(x) = x \log x - 1 = 0, \quad g(x) = \log x - \frac{1}{x} = 0.$$

1. Si dimostri che l'equazione $f(x) = 0$ ammette una sola soluzione reale denotata con α .
2. Si dica motivando la risposta se i metodi delle tangenti applicati a $f(x) = 0$ e $g(x) = 0$ con $x_0 = 1$ generano successioni convergenti ad α .
3. Si dica motivando la risposta se i metodi delle tangenti applicati a $f(x) = 0$ e $g(x) = 0$ con $x_0 = 5$ generano successioni convergenti ad α .
4. Scrivere una funzione Matlab che dati in input $y_0 = x_0 \in \mathbb{R}^+$, $tol \in \mathbb{R}$, e $itmax \in \mathbb{N}$ implementa il metodo delle tangenti applicato all'equazione $f(x) = 0$ e $g(x) = 0$ con punto iniziale $y_0 = x_0$ generando due successioni $\{y_k\}$ e $\{x_k\}$, rispettivamente. Il metodo si arresta quando $\min\{|f(y_k)|, |g(x_k)|\} \leq tol$ o $k \geq itmax$ riportando in output $k, y_k, x_k, |f(y_k)|$ e $|g(x_k)|$.
5. Per $tol = 1.0e - 12$, $x_0 = y_0 = 3$, $itmax = 100$ riportare i dati di output.
6. Determinare un'approssimazione numerica dei valori

$$\ell_y = \lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{|y_{k+1} - \alpha|}{(y_k - \alpha)^2}, \quad \ell_x = \lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{|x_{k+1} - \alpha|}{(x_k - \alpha)^2}.$$