Cognome Nome Matricola Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO
06/09/2018

Si ricorda che le funzioni Matlab richieste negli esercizi devono essere trascritte sui fogli consegnati poiché non sarà scaricato alcun file Matlab dai computer sui quali operate.

Esercizio 1. Siano $g(\alpha) = 1 - \sqrt{1+\alpha^2}$ e $f(t) = t^2 - 2t - \alpha^2$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Si studi il condizionamento del calcolo di $g(\alpha)$.
2. Si dica quali sono le soluzioni dell'equazione $f(t) = 0$. Per il calcolo di $g(\alpha)$ si consideri il metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione $f(t) = 0$. Determinare l'insieme dei punti iniziali a partire dai quali il metodo delle tangenti applicato a $f(t) = 0$ genera successioni convergenti a $g(\alpha)$. Si dica se $t_0 = 0$ appartiene a questo insieme.
3. Si scriva una funzione Matlab che dato in input $\alpha \in \mathbb{R}$ calcola la successione generata dal metodo delle tangenti applicato a $f(t) = 0$ con punto iniziale nullo arrestandosi quando $|f(t_k)| \leq 10\ \texttt{eps}$, con `eps` precisione di macchina, e restituendo in uscita la coppia (k, t_k).

Esercizio 2. Sia $A_n = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $n \geq 2$, la matrice definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ se } i = 1; \\ -1 \text{ se } i = j+1; \\ 0 \text{ altrimenti.} \end{cases}$$

Per $n = 4$ si ottiene

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Si scriva una funzione Matlab di costo lineare che dato in input n restituisce la marice A_n.
2. Si dica se il metodo di Gauss può essere applicato senza scambi di riga ad A_n e nel caso si determini la matrice triangolare superiore.
3. Si mostri che A_n è invertibile e si determini $\det(A_n)$.
4. Utilizzando il comando `cond` in Matlab si analizzi sperimentalmente il condizionamento $\mathcal{K}_\infty(A_n)$ in norma infinito della matrice A_n riportando il valore del rapporti $\dfrac{\mathcal{K}_\infty(A_n)}{\det(A_n)}$ e $\dfrac{\mathcal{K}_\infty(A_n)}{n^2}$ per $n \in \{100, 200, 400, 800\}$.