

# Analisi Matematica A-B

A.A. 2018-2019

E.Chiodaroli, C.Grisanti, V.M. Tortorelli

I settimana, 17-23 settembre 2018: primo foglio di esercizi

---

## LEGENDA

I principali testi e raccolte di esercizi a cui si fa riferimento in queste note sono:

[GGS]	M.Ghisi, M. Gobbino, “Schede di Analisi Matematica”
[GGE]	M.Ghisi, M. Gobbino, “Schede di Analisi Matematica”
[FM ]	A.Faedo, L.Modica, “Analisi I, lezioni”
[MS]	P.Marcellini, C. Sbordone, “Elementi di Analisi Matematica uno”
[ABC]	E.Acerbi, G. Buttazzo, “Analisi Matematica ABC 1: funzioni di una variabile”

Con:

- \* si indicano gli esercizi più impegnativi,
- o quelli di approfondimento o estensione e quelli più teorici.

Altri esercizi sono nelle raccolte di testi di esame degli anni passati reperibili in

<http://pagine.dm.unipi.it/grisanti/didattica/compiti-desame/analisi-matematica/informatica/>

---

I GRUPPO DI ESERCITAZIONE, IT: richiami sui prerequisiti, notazioni, funzioni,  
*grafici notevoli e operazioni sui grafici.*

Ripasso delle nozioni e tecniche delle scuole secondarie: disequazioni, trigonometria . . . .

- [GGS] pagg. 10-31, [GGE] pagg. 10-15, [MS] pagg.1-59, [ABC] pagg. 44-49  
pagg. 2IT-3IT Complementi su notazioni insiemistiche e relazioni con i connettivi logici.
- [GGS] pagg. 34-35, [FM] pagg. 1-9, [MS] pagg.1-59, [ABC] pagg. 40-41  
Operazioni sui grafici e grafici elementari.  
Rappresentazione grafica di funzioni reali di variabile reale.
- [GGS] pagg. 37-39, 45-47, [GGE] pagg. 18-21, 42-45, [FM] pagg. 26-36,  
[MS] pagg.1-59, [ABC] pagg. 1-14  
Funzioni inverse delle funzioni trigonometriche.

Teoria relativa nei testi indicati e svolta a lezione

---

Esercizi del primo gruppo di esercitazioni: difficoltà da prima parte d'esame  
Risolvere i seguenti esercizi senza dare dimostrazioni

- 1 Determinare l'insieme di definizione di  $\sqrt{-\log(x^3 - 1)}$ .
- 2 Trovare il numero  $\alpha \in [0, \pi/2]$  tale che  $\sin(x + \alpha) = \cos(x - \alpha)$ .
- 3 Di ciascuno dei seguenti insiemi dire se è limitato e se ammette massimo: a)  $[1, 2) \cup (-\infty, 0]$ ; b)  $(-2, 2) \cap (-\infty, 1]$ ; c)  $\{e^n : n \in \mathbf{Z}\}$ .
- 4 Disegnare il grafico della funzione  $-|\arctan x|$ .
- 5 Risolvere la disequazione  $\log(x^4 - 1) \leq 0$ .
- 6 Esprimere  $(\sin(2x))^2$  in funzione di  $\sin x$ .
- 7 Trovare l'immagine della funzione  $e^{2-x^2}$ .
- 8 Disegnare il grafico della funzione  $|e^{-x} - 1|$ .
- 9 Determinare il dominio di definizione della funzione  $\arcsin(2e^t)$ .
- 10 Trovare le soluzioni dell'equazione  $\cos(x - 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$  nell'intervallo  $0 \leq x \leq 2$ .
- 11 Disegnare l'insieme dei punti  $(x, y)$  tali che:  $-\frac{1}{x^2} \leq y \leq \cos x - 2$ .
- 12 Determinare il dominio di definizione della funzione  $\arcsin(\log t)$ .
- 13 Trovare le soluzioni dell'equazione  $\sin(x + 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$  nell'intervallo  $-1 \leq x \leq 2$ .
- 14 Disegnare l'insieme dei punti  $(x, y)$  tali che:  $-\frac{1}{x^2} + 1 \leq y \leq \cos x - 1$ .
- 15 Determinare il dominio di definizione della funzione  $\arccos(3e^t)$ .
- 16 Trovare le soluzioni dell'equazione  $\cos(x + 1) = 1/\sqrt{2}$  con  $-2 \leq x \leq 0$ .
- 17 Disegnare l'insieme dei punti  $(x, y)$  tali che:  $\frac{1}{x^2} \geq y \geq 2 - \cos x$ .
- 18 Determinare il dominio di definizione della funzione  $\arccos(\log t)$ .
- 19 Trovare le soluzioni dell'equazione  $\sin(x + 2) = 1/\sqrt{2}$  nell'intervallo  $-2 \leq x \leq 1$ .
- 20 Disegnare l'insieme dei punti  $(x, y)$  tali che:  $\frac{1}{x^2} - 1 \geq y \geq 1 - \cos x$ .
- 21 Disegnare il grafico di  $f(x) = 1 - e^x$  e risolvere *graficamente* la disequazione  $f(x) \geq x^2$ .
- 22 Risolvere la disequazione  $\frac{x - 1}{x^2 - 4} > 0$ .
- 23 Disegnare l'insieme dei punti  $(x, y)$  che soddisfano  $x > 0$  e  $\frac{1}{x} \leq y \leq \log(x + 1)$ .
- 24 Trovare le soluzioni della disequazione  $\sin x \leq 1/2$  comprese tra 0 e  $2\pi$ .
- 25 Disegnare il grafico di  $f(x) = \frac{1}{(x + 1)^2}$  e risolvere *graficamente* la disequazione  $f(x) \leq x$ .
- 26 Trovare le soluzioni della disequazione  $\cos x \geq 1/2$  comprese tra 0 e  $2\pi$ .
- 27 Disegnare il grafico di  $f(x) = \frac{1}{(x - 1)^3}$  e risolvere *graficamente* la disequazione  $f(x) \leq x$ .

- 28 Trovare le soluzioni della disequazione  $\sin x \geq -1/2$  comprese tra 0 e  $2\pi$ .
- 29 Disegnare il grafico di  $f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$  e risolvere *graficamente* la disequazione  $f(x) \geq x$ .
- 30 Trovare le soluzioni della disequazione  $\cos x \geq -1/2$  comprese tra 0 e  $2\pi$ .
- 31 Disegnare il grafico di  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$  e risolvere *graficamente* la disequazione  $f(x) \leq -x$ .
- 32 Determinare l'insieme di definizione della funzione  $\frac{e^x}{\sqrt{4-x^2}}$ .
- 33 Disegnare il grafico di  $f(x) = |e^x - 1|$ .
- 34 Determinare l'insieme di definizione della funzione  $\frac{\sin x}{\sqrt{8-x^3}}$ .
- 35 Disegnare il grafico di  $f(x) = e^{|x|} - 1$ .
- 36 Determinare l'insieme di definizione della funzione  $\frac{e^x}{\sqrt{x^2-4}}$ .
- 37 Disegnare il grafico di  $f(x) = |1 - e^x|$ .
- 38 Determinare l'insieme di definizione della funzione  $\frac{\sin x}{\sqrt{x^3-8}}$ .
- 39 Disegnare il grafico di  $f(x) = -e^{|x|}$ .
- 40 Risolvere la disequazione  $\log \log x > 0$ .
- 41 Risolvere la disequazione  $\log \log x > 0$ .
- 42 Risolvere la disequazione  $\exp(\exp(x)) > 2$ .
- 43 Disegnare l'insieme dei punti  $(x, y)$  tali che  $0 \leq y \leq \sin x$ .
- 44 Risolvere la disequazione  $\log \log x > 1$ .
- 45 Disegnare l'insieme dei punti  $(x, y)$  tali che  $\cos x \leq y \leq 0$ .
- 46 Risolvere la disequazione  $\exp(\exp(x)) > 4$ .
- 47 Disegnare l'insieme dei punti  $(x, y)$  tali che  $\sin x \leq y \leq 0$ .

Esercizi da esame del primo gruppo di esercitazioni: seconde parti  
 Risolvere i seguenti esercizi motivando accuratamente le risposte.

\* 1 a) Si disegnino i grafici delle funzioni:

$$f_1(x) := \sin \frac{\pi}{1+x^2}, \quad f_2(x) := \sin \frac{\pi}{\frac{6}{5}+x^2}, \quad f_3(x) := \sin \frac{\pi}{2+x^2}, \quad f_4(x) := \sin \frac{\pi}{6+x^2}.$$

b) Si determini il numero delle soluzioni di dell'equazione  $f_k(x) = \frac{1}{2}$  per  $k = 1, \dots, 4$ .