

Analisi Matematica A-B

A.A. 2018-2019

E.Chiodaroli, C.Grisanti, V.M. Tortorelli

V settimana, 15-21 ottobre 2018: quinto foglio di esercizi

LEGENDA

I principali testi e raccolte di esercizi a cui si fa riferimento in queste note sono:

[GGS]	M.Ghisi, M. Gobbino, “Schede di Analisi Matematica”
[GGE]	M.Ghisi, M. Gobbino, “Schede di Analisi Matematica”
[FM]	A.Faedo, L.Modica, “Analisi I, lezioni”
[MS]	P.Marcellini, C. Sbordone, “Elementi di Analisi Matematica uno”
[ABC]	E.Acerbi, G. Buttazzo, “Analisi Matematica ABC 1: funzioni di una variabile”

Con:

- * si indicano gli esercizi più impegnativi,
- o quelli di approfondimento o estensione e quelli più teorici.

Altri esercizi sono nelle raccolte di testi di esame degli anni passati reperibili in

<http://pagine.dm.unipi.it/grisanti/didattica/compiti-desame/analisi-matematica/informatica/>

V GRUPPO DI ESERCITAZIONE: derivabilità, rette tangenti a grafici.
Teoria relativa nei testi indicati e svolta a lezione

Esercizi del quinto gruppo di esercitazioni: difficoltà da prima parte d'esame
Risolvere i seguenti esercizi senza dare dimostrazioni

1 Calcolare la derivata delle seguenti funzioni:

a) x^2e^{-x} ; b) $\arctan(1/x)$; c) $\log\left(\frac{\sqrt[3]{1+x^3}}{x}\right)$.

2 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a) $\log((2x)^x)$; b) $\tan(1-2x)$; c) $\frac{x}{1-x^2}$.

3 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a) $\sin(x^3-1)$; b) $3^{5x}/9^{2x}$.

4 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a) $\exp(1+x^2)$; b) $2^{6x}/4^{2x}$.

5 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a) $\cos(1-x^2)$; b) $4^{2x}/2^{3x}$.

6 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a) x^2e^{-x} ; b) $\log\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)$.

7 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a) $x^2\exp(1-x)$; b) $\sqrt{1+x^2}$.

8 Calcolare le derivate delle seguenti funzioni: a) $\sin(x^2-1)$; b) $9^{3x}/3^{4x}$.

Esercizi da esame del quinto gruppo di esercitazioni: seconde parti
Risolvere i seguenti esercizi motivando accuratamente le risposte.

* 1 a) Dato $\lambda > 0$ si determini sulla semiretta positiva delle ascisse l'intervallo $[0, p(\lambda)]$ ove è non positiva la derivata seconda della funzione

$$y = f_\lambda(x) = \sqrt{\lambda}e^{-x^2\lambda}.$$

b) Calcolare l'area del triangolo rettangolo di altezza il segmento verticale da $(p, 0)$ a $(p, \sqrt{\lambda}e^{-p^2\lambda})$ e ipotenusa il segmento della retta tangente al grafico in $(p, \sqrt{\lambda}e^{-p^2\lambda})$ tra questo punto e l'asse orizzontale.

* 2 Si consideri la funzione $f(x) := x^5e^{-x}$,

e per ogni $a > 0$ sia T_a il triangolo delimitato dalle seguenti rette: l'asse delle y , la retta passante per l'origine e per il punto $(a, f(a))$, la retta tangente al grafico di f nel punto $(a, f(a))$.

a) Calcolare l'area $A(a)$ di T_a .

b) Si calcoli il valore minimo di $A(a)$, $a > 0$.

c) Provare che la funzione $A(a)$, $a > 0$ assume valore massimo.