

ESERCIZIO 1

Assumendo che P , Q e R contengano la variabile libera x , si provi che la seguente formula è valida, utilizzando la regola della **Skolemizzazione**

$$(\forall x.P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \neg(\exists x.\neg(R(x) \Rightarrow \neg Q(x))) \wedge (\exists x.P(x)) \Rightarrow (\exists x.\neg(Q(x) \Rightarrow R(x)))$$

ESERCIZIO 2

Si dimostri che le seguenti formule del primo ordine sono valide:

1. $\neg(\exists x.P(x) \wedge \neg Q(x)) \wedge (\forall x.\neg P(x) \Rightarrow R(x)) \Rightarrow (\forall x.\neg R(x) \Rightarrow Q(x))$
2. $(\forall x.R(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\exists x.\neg S(x) \wedge R(x)) \Rightarrow \neg(\forall x.Q(x) \Rightarrow S(x))$
3. $(\forall x.\neg(B(x) \Rightarrow \neg A(x))) \vee \neg(\exists x.A(x) \vee (\neg B(x) \Rightarrow A(x))) \Rightarrow (\forall x.A(x) \Rightarrow B(x))$
4. $(\exists x.R(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x.\neg(P(x) \vee Q(x))) \Rightarrow (\exists x.Q(x) \vee R(x) \Rightarrow \neg P(x))$
5. $(\exists x.(\forall y.P)) \Rightarrow (\forall y.(\exists x.P))$

ESERCIZIO 3

Dimostrare che le seguenti formule **non sono valide**:

1. $(\forall x.P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\exists x.Q(x)) \Rightarrow (\exists x.P(x))$
2. $(\forall x.P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x.P(x)) \Rightarrow (\exists x.Q(x))$
3. $(\forall y.(\exists x.P)) \Rightarrow (\exists x.(\forall y.P))$

ESERCIZIO 4

Dimostrare in modo formale che delle seguenti formule una è valida e l'altra no.

1. $(\forall x.\neg P(x) \Rightarrow R(x)) \wedge (\neg(\exists x.R(x)) \vee (\forall x.Q(x))) \Rightarrow (\forall x.Q(x) \vee P(x))$
2. $(\forall x.\neg P(x) \Rightarrow R(x)) \wedge (\neg(\exists x.R(x)) \vee (\forall x.Q(x))) \Rightarrow (\forall x.Q(x) \vee R(x))$