LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A, B) - a.a. 2018-2019
Primo Appello - 23/01/2018

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome**, **matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1
Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va prodotto un controesempio che rende la formula falsa.

1. $\big((P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow R\big) \vee \neg(P \Rightarrow R) \;\Rightarrow\; (\neg P \Rightarrow R)$
2. $\big((P \Rightarrow R) \Rightarrow Q\big) \vee \neg(P \Rightarrow R) \;\Rightarrow\; (\neg P \Rightarrow R)$

ESERCIZIO 2
Si consideri l'alfabeto del primo ordine $\mathcal{A}$ con simboli di costante $\mathcal{C} = \{g\}$ e simboli di predicato $\mathcal{P} = \{P(-,-), F(-,-),\}$ e l'interpretazione $I = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove $\mathcal{D}$ è l'insieme di tutte le persone

- $\alpha(g)$ è la persona Gianni,
- $\alpha(P)(p,q)$ è vera se e solo se la persona p è parente di q,
- $\alpha(F)(p,q)$ è vera se e solo se la persona p si fida di q,

Formalizzare il seguente enunciato usando l'alfabeto $\mathcal{A}$ rispetto all'interpretazione I:

"Gianni si fida di tutti quelli che si fidano di qualche suo parente,
ma non si fida dei suoi parenti che non si fidano si se stessi."

ESERCIZIO 3
Si provi che la seguente formula è valida (P, Q e R contengono la variabile libera x):

$$(\forall x \,.\, P \vee R \Rightarrow Q) \;\wedge\; (\exists x \,.\, Q \vee R \Rightarrow R) \;\Rightarrow\; (\exists x \,.\, P \Rightarrow R)$$

ESERCIZIO 4
Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a,b: array [0, n) of int**):

"Ogni elemento dell'array **b** è multiplo della somma di un intervallo di elementi di **a**"

Per un *intervallo di elementi* si intende un insieme $\{a[x] \mid i \leq x \leq j\}$ per qualche $i, j \in [0, n)$ con $i \leq j$.

ESERCIZIO 5
Assumendo **a: array [0, n) of int**, si consideri il seguente frammento di programma annotato,

$\{c = 0 \;\wedge\; y = 0\}$
$\{\mathsf{Inv}\text{: } y \in [0, n] \;\wedge\; \big(c = (\Sigma i : i \in [0, y) \wedge pari(i) \,.\, a[i])\big)\}\{\text{t: } n - y\}$

```
while y < n do
     if (y mod 2 = 0)
          then c, y := c+a[y], y+1
          else y := y+1
     fi
endw
```

$\{c = (\Sigma i : i \in [0, n) \wedge pari(i) \,.\, a[i])\}$

Si scrivano le ipotesi di progresso ed invarianza. Inoltre si dimostri l'ipotesi di invarianza.

ESERCIZIO 6
Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

$$\begin{array}{l} \{\quad x \in [1, n) \\ \quad \wedge \big(\forall j \,.\, j \in [1, n) \;\Rightarrow\; \mathtt{a}[j] = (\Sigma y : y \in [0, j) \,.\, \mathtt{a}[y])\big) \\ \quad \wedge \big(\forall i \,.\, i \in [0, x) \;\Rightarrow\; \mathtt{b}[i] = 2 * (\Sigma y : y \in [0, i) \,.\, \mathtt{a}[y])\big) \quad \} \end{array}$$

```
b[x] := a[x] * 2
```

$$\{\big(\forall i \,.\, i \in [0, x] \;\Rightarrow\; \mathtt{b}[i] = 2 * (\Sigma y : y \in [0, i) \,.\, \mathtt{a}[y])\big)\}$$