Cognome	Nome	Matricola	Firma

Corso di Laurea in Informatica

PRIMA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

Compito A

2/04/2019

Si ricorda che le funzioni Matlab richieste negli esercizi devono essere trascritte sui fogli consegnati poiché non sarà scaricato alcun file Matlab dai computer sui quali operate.

Esercizio 1. Sia $A \in \mathbb{R}^{n\times n} = (a_{i,j})$ definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} \alpha \text{ se } i = j; i \neq n \\ \beta \text{ se } i = 1, j = n; \\ 1 \text{ se } i = n, 1 \leq j \leq n; \\ 0 \text{ altrimenti.} \end{cases}$$

Per $n = 4$ si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 & \beta \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si determini $s > 0$ tale che A è invertibile $\forall \alpha, \beta$ con $|\alpha| > s$ e $|\beta| < s$.
2. Si determini per quali valori di α e β la matrice A ammette fattorizzazione LU.
3. Per tali valori si determini la fattorizzazione LU.
4. Si determini per quali valori di α e β la matrice risulta singolare.
5. Si scriva una funzione Matlab che, presi in ingresso α, β ed il vettore $\boldsymbol{b}$ implementi un metodo a costo lineare in termini di operazioni aritmetiche ed occupazione di memoria per la risoluzione del sistema lineare $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$.

Esercizio 2. Si consideri la soluzione del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} \alpha & \alpha - 1 \\ \alpha - 1 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\alpha) \\ y(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R},\ \alpha \neq 1/2.$$

1. Si studi il condizionamento della matrice dei coefficienti in norma infinito.
2. Si studi il condizionamento del calcolo di $x(\alpha)$.
3. Per $\alpha > 1$ si studi la stabilità del calcolo di

$$x(\alpha) = 1/(\alpha - (1 - \alpha)^2/\alpha).$$