

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

---

Corso di Laurea in Informatica  
PRIMA PROVA PARZIALE DI CALCOLO NUMERICO

Compito C  
2/04/2019

---

Si ricorda che le funzioni Matlab richieste negli esercizi devono essere trascritte sui fogli consegnati poiché non sarà scaricato alcun file Matlab dai computer sui quali operate.

---

*Esercizio 1.* Sia  $A \in \mathbb{R}^{n \times n} = (a_{i,j})$  definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} \beta & \text{se } i = j; i \neq n \\ 1 & \text{se } j = n, 1 \leq i \leq n; \\ \alpha & \text{se } i = n, j = 1; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per  $n = 4$  si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} \beta & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \beta & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta & 1 \\ \alpha & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si determini  $s > 0$  tale che  $A$  è invertibile  $\forall \alpha, \beta$  con  $|\beta| > s$  e  $|\alpha| < s$ .
2. Si determini per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  la matrice  $A$  ammette fattorizzazione LU.
3. Per tali valori si determini la fattorizzazione LU.
4. Si determini per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  la matrice risulta singolare.
5. Si implementi un metodo a costo lineare in termini di operazioni aritmetiche ed occupazione di memoria per la risoluzione del sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  dati in ingresso i valori di  $\alpha, \beta$  e  $\mathbf{b}$ .

*Esercizio 2.* Si consideri la soluzione del sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 1 - \beta & \beta \\ \beta & 1 - \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\beta) \\ y(\beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \beta \in \mathbb{R}, \beta \neq 1/2.$$

1. Si studi il condizionamento della matrice dei coefficienti in norma infinito.
2. Si studi il condizionamento del calcolo di  $y(\beta)$ .
3. Per  $\beta > 1$  si studi la stabilità del calcolo di

$$y(\beta) = 1/(\beta - (1 - \beta)^2/\beta).$$