

---

Cognome

Nome

Matricola

Firma

---

Corso di Laurea in Informatica  
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO  
Appello Straordinario del 02/04/2019

---

Si ricorda che le funzioni Matlab richieste negli esercizi devono essere trascritte sui fogli consegnati poiché non sarà scaricato alcun file Matlab dai computer sui quali operate.

---

*Esercizio 1.* Sia  $A \in \mathbb{R}^{n \times n} = (a_{i,j})$  definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} \alpha & \text{se } i = j; i \neq n \\ \beta & \text{se } i = 1, j = n; \\ 1 & \text{se } i = n, 1 \leq j \leq n; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per  $n = 4$  si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 & \beta \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si determini  $s > 0$  tale che  $A$  è invertibile  $\forall \alpha, \beta$  con  $|\alpha| > s$  e  $|\beta| < s$ .
2. Si determini per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  la matrice  $A$  ammette fattorizzazione LU.
3. Per tali valori si determini la fattorizzazione LU.
4. Si determini per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  la matrice risulta singolare.
5. Si scriva una funzione Matlab che, presi in ingresso  $\alpha, \beta$  ed il vettore  $\mathbf{b}$  implementi un metodo a costo lineare in termini di operazioni aritmetiche ed occupazione di memoria per la risoluzione del sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ .

*Esercizio 2.* Si consideri l'equazione  $f(x) = (1 - x)^3 + \frac{1}{2} = 0$ .

1. Si mostri che l'equazione ammette una ed una sola soluzione  $\alpha$  e se ne dia un intervallo di separazione.
2. Per l'approssimazione di questa soluzione si considera il metodo iterativo  $x_{k+1} = g(x_k)$  con

$$g(x_k) = x_k + \frac{1}{3}f(x_k), \quad k \geq 0,$$

e se ne studi la convergenza.

3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input un valore  $x_0$  e  $tol \in \mathbb{R}$  calcola la successione generata dal metodo iterativo  $x_{k+1} = g(x_k)$  arrestandosi quando  $|f(x_k)| \leq tol$  oppure se sono state eseguite 100 iterazioni. La funzione deve restituire in uscita il valore di  $x_k$  e il numero  $k$  di iterazioni effettuate. Riportare l'approssimazione di  $\alpha$  e il numero di iterazioni effettuate con  $x_0 = 1$  e  $tol = 1.0e - 12$ .