CALCOLO NUMERICO

Corso di Laurea in Informatica

A.A. 2018/2019 – Correzione Appello Straordinario 02/04/2019

NOME COGNOME MATRICOLA

Esercizio 1

1. Applicando il teorema di Gerschgorin per colonne segue che la proprietà vale per $s = 1$. Dai risultati al punto (4) segue che la proprietà vale per ogni $s > 0$.

2. Se $\alpha \neq 0$ l'esistenza $\forall \beta$ segue dal teorema di esistenza ed unicità. Se $\alpha = 0$ la fattorizzazione non esiste (si ragiona per assurdo calcolando l'elemento di posto $(n, 1)$ di $L^{-1}A$).

3. Utilizzando la tecnica dimostrativa del teorema di esistenza ed unicità si ottiene

$$A = \left[\begin{array}{c|c} I_{n-1} & \mathbf{0} \\ \hline (1/\alpha)\boldsymbol{e}^T & 1 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} \alpha I_{n-1} & \boldsymbol{\beta e}_1 \\ \hline \mathbf{0}^T & 1 - \beta/\alpha \end{array}\right],$$

dove $\boldsymbol{e} = \mathtt{ones}(n - 1, 1)$.

4. Si ha $\det(A) = \det(U) = \alpha^{n-1}(1 - \beta/\alpha) = \alpha^{n-2}(\alpha - \beta)$. Pertanto la matrice risulta singolare se $\alpha = 0$ o $\alpha = \beta$.

5.
```
function [x] = inf_02042019_A(b, alpha, beta)
n=length(b);
x=zeros(n,1);
b(n)=b(n)-sum(b(1:n-1))/alpha;
x(n)=b(n)/(1-beta/alpha);
for k=n-1:-1:2
 x(k)=b(k)/alpha;
end
x(1)=(b(1)-beta*x(n))/alpha;
end
```

Esercizio 2

1. Si ha

$$(1 - x)^3 + \frac{1}{2} = 0 \iff x = \alpha = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}.$$

La soluzione è compresa nell'intervallo $[3/2, 2]$.

2. Ponendo $g(x) = x + (1/3)f(x)$ si ha $g'(x) = 1 - (1 - x)^2 = 2x - x^2 = x(2 - x)$. Dal grafico di $|g'(x)|$ si ottiene che $|g'(\alpha)| < 1$ e dunque il metodo è localmente convergente. Ponendo $\rho = 2 - \alpha$ si deduce la convergenza per ogni $x_0 \in [2\alpha - 2, 2] = [\alpha - \rho, \alpha + \rho]$.

3.
```
function [x0,it] = inf_02042019_stra(x0, tol)
f=@(x)(1-x)^3 +1/2;
f0=f(x0);
it=0;
while(abs(f0)>tol && it<100)
    x0=x0+(1/3)*f0;
    f0=f(x0);
    it=it+1;
end
end
```

Per $x_0 = 1$ e $tol = 1.0e-12$ si ha in uscita $x0 = 1.793700525983832e+00$ e $it = 32$.