
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO
05/06/2019

Si ricorda che le funzioni Matlab richieste negli esercizi devono essere trascritte sui fogli consegnati poiché non sarà scaricato alcun file Matlab dai computer sui quali operate.

Esercizio 1. Si consideri l'equazione $f(x) = 0$ con $f(x) = \log^2(x) - x - 1$.

1. Si dimostri che l'equazione $f(x) = 0$ ammette una sola soluzione α e se ne dia un intervallo di separazione.
2. Si dica quale è il più grande valore b tale che il metodo risulta convergente per ogni $0 < x_0 < b$.
3. Si scriva una function MATLAB che dato in input $x_0 \in \mathbb{R}$ calcola la successione generata dal metodo delle tangenti arrestandosi quando $|x_{k+1} - x_k| < 10^{-14}$. La funzione deve restituire la coppia x_k, k . Si riportino i valori ottenuti a partire dal punto iniziale $x_0 = 1/2$.

Esercizio 2. Sia $A \in \mathbb{R}^{n \times n} = (a_{i,j})$, $n \geq 2$, definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \geq j; \\ \alpha & \text{se } i = j - 1, 2 \leq j \leq n; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per $n = 4$ si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \alpha & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si determini per quali valori del parametro α la matrice risulta predominante diagonale. Si determini inoltre per quali valori del parametro α il metodo di Gauss-Seidel è applicabile per la risoluzione di un sistema lineare con matrice dei coefficienti A .
2. Si determini la matrice di iterazione del metodo di Gauss-Seidel applicato ad A . Si mostri che il metodo è convergente se e solo se $|\alpha| < 1$.
3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input $\mathbf{b}, \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, $\alpha \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$ esegue un'iterazione del metodo di Gauss-Seidel applicato ad A con punto iniziale \mathbf{x}_0 restituendo in uscita \mathbf{x}_1 . Se ne valuti il costo computazionale.