

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2018/2019 – Correzione Appello 05/06/2019

NOME

COGNOME

MATRICOLA

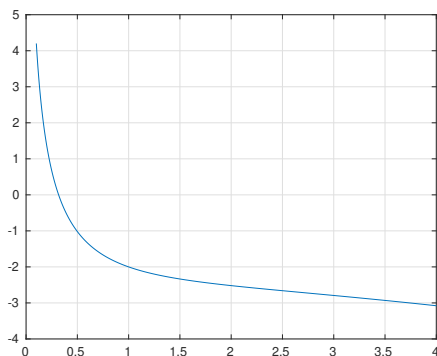
Esercizio 1

1. Si ha $f \in C^\infty(\mathbb{R}^+)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $f'(x) = \frac{2\log(x)}{x} - 1$ e $f''(x) = 2/x^2 - 2\log(x)/x^2 = (2/x^2)(1 - \log(x))$ da cui $f''(x) > 0 \iff 0 < x < e$. Da $f'(e) = 2/e - 1 < 0$ si ha $f'(x) < 0 \forall x > 0$. Da $f(1) = -2$ segue che $\alpha \in (0, 1)$. Il grafico risultante è mostrato di seguito.
2. Per il teorema di convergenza “in grande” dall’analisi del grafico segue la convergenza $\forall x_0: 0 < x_0 \leq \alpha$. Per punti iniziali $\alpha < x_0 < e$ si ha $x_1 \leq \alpha$. Dallo studio del segno di x_1 si ricava che $x_1 > 0$ per $\log(x_0) < 1 - \sqrt{2}$ da cui $x_1 > 0$ per $x_0 < b = e^{1-\sqrt{2}} \simeq 6.608598014068279e - 01$.
3.

```
function [x,k] = es1_05062019(tol)
f=@(x) (log(x))^2 -x-1;
f1=@(x) (2*log(x))/x-1;
err=inf;
x0=1/2; k=0;
while (err>tol)
    x=x0-f(x0)/f1(x0);
    err=abs(x-x0);
    k=k+1;
    x0=x;
end
end
```

Per $tol = 1.0e - 12$ si ottiene $k = 7$ e $x = 3.173475821465083e - 01$.

Esercizio 2



1. La condizione $1 > 1$ non è mai verificata e quindi non esistono valori di α per cui A è predominante diagonale. Il metodo di Gauss-Seidel è applicabile se $M = \text{tril}(A)$ è invertibile e quindi $\forall \alpha \in \mathbb{R}$.

2. Si ha

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ -1 & \ddots & & & \\ & \ddots & 1 & & \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

da cui

$$P = M^{-1}N = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha & & & \\ 0 & \alpha & \ddots & & \\ \vdots & & \ddots & -\alpha & \\ 0 & & & \alpha & \end{bmatrix}.$$

Segue che P è triangolare superiore con elementi diagonali uguali a 0 e α per cui per il raggio spettrale vale $\rho(P) = |\alpha|$ e quindi il metodo è convergente se e solo se $|\alpha| < 1$.

```
3. function [x1] = es2_04062019(b,n,alpha,x0)
x1(1)=b(1)-alpha*x0(2);
s=0;
for k=2:n-1
    s=s+x1(k-1);
    x1(k)=b(k)-alpha*x0(k+1)-s;
end
s=s+x1(n-1);
x1(n)=b(n)-s;
end
```

Il costo computazionale è $O(n)$ operazioni aritmetiche.