CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2018/2019 – Correzione Appello 16/07/2019

NOME	COGNOME	MATRICOLA

Esercizio 1

1. Si ha $f \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $f'(x) = 1 + 0.5\sin(x) > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ e quindi $\exists! \alpha \in \mathbb{R}$ con $f(\alpha) = 0$. Inoltre si verifica che $\alpha \in [0, \pi/2]$.

2. Si ha $g \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ e $|g'(x)| = |0.5\sin(x)| < 1$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Posso quindi applicare il teorema del punto fisso su un qualsiasi intervallo centrato in α da cui deduco la convergenza $\forall x_0 \in \mathbb{R}$.

3.
```
function [x,k] = es1_16072019(x0)
g=@(x)0.5*cos(x)+1;
err=inf;
k=0;
while (err>=1.0e-12)
    x=g(x0);
    err=abs(x-x0);
    k=k+1;
    x0=x;
end
end
```

   Per $x0 = 0$ si ottiene $k = 37$ e $x = 1.187151438467073e + 00$. Per $x0 = \pi/2$ si ottiene $k = 37$ e $x = 1.187151438466593e + 00$.

Esercizio 2

1. La condizione è $|\alpha + 1| > 2$ da cui $\alpha > 1$ o $\alpha < -3$.

2. Si ha $J\boldsymbol{v} = (2/(\alpha + 1))\boldsymbol{v}$ da cui $\boldsymbol{v}$ è autovettore di J con corrispondente autovalore $\lambda = 2/(\alpha + 1)$.

3. Dal teorema di Gerschgorin applicato alla matrice di iterazione J del metodo di Jacobi segue che per gli autovalori λ di J vale $|\lambda| \leq 2/|\alpha + 1|$. Inoltre dal punto precedente $\lambda = 2/(\alpha + 1)$ è autovalore di J con corrispondente autovettore $\boldsymbol{v} = [1, \dots, 1]^T$. Pertanto $\rho(J) = 2/|\alpha + 1|$ e quindi il metodo è convergente se e solo se $|\alpha + 1| > 2$.

4.
```
function [xnew,it] = es2_16072019(b,alpha,itmax)
n=length(b);
it=0;
xold=zeros(n,1);
xnew=zeros(n,1);
err=inf;
alpha=alpha+1;
```

```
while(err>1.0e-6 && it<=itmax)
xnew(1)=(b(1)+xold(2)+xold(n))/alpha;
for k=2:n-1
    xnew(k)=(b(k)+xold(k-1)+xold(k+1))/alpha;
end
xnew(n)=(b(n)+xold(1)+xold(n-1))/alpha;
err=norm(xnew-xold, inf);
it=it+1;
xold=xnew;
end
end
```

Per $itmax = 100$, $\alpha = 2$ e $\boldsymbol{b} = \texttt{ones}(100, 1)$ si ottiene $it = 33$.