

# LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE – a.a. 2019/20

## Terza esercitazione — 22/23 ottobre 2019

1. Si consideri l'alfabeto con simboli di costante  $\mathcal{C} = \{A, P\}$  e simboli di predicato binari  $\mathcal{P} = \{\text{amici}, =\}$  e l'interpretazione  $\mathcal{I} = (\mathcal{D}, \alpha)$ , dove  $\mathcal{D}$  è l'insieme delle persone e la funzione  $\alpha$  è definita come

- $\alpha(A) =$  “la persona chiamata Andrea” e  $\alpha(P) =$  “la persona chiamata Paolo”;
- $\alpha(\text{amici})(p, q)$  è vera se e solo se  $p$  e  $q$  sono amici;
- $\alpha(=)(p, q)$  è vera se e solo se  $p$  e  $q$  sono la stessa persona.

Si fornisca per ognuno dei seguenti enunciati una formula del primo ordine che lo formalizza

- “Tutti sono amici di se stessi”
- “Tutti hanno qualcuno che è loro amico”
- “Paolo ha un solo amico”
- “Ogni amico di Paolo è amico di Andrea”
- “Paolo non ha amici in comune con Andrea”

2. Per ognuno dei seguenti enunciati si fornisca un adeguato alfabeto del primo ordine, una interpretazione sul dominio delle persone e una formula del primo ordine che lo formalizza

- “Ogni senatore ha un segretario, ma il senatore Razzi ne ha più di uno”
- “Mario è zio di Lucia se è il fratello di sua madre o di suo padre”

3. Si calcoli, motivando la risposta, il valore di verità della formula

$$\Phi = (\forall z . P(z)) \vee (\forall y . (\exists x . Q(x, y) \wedge P(x)))$$

nell'interpretazione  $I = (\mathcal{D}, \alpha)$ , dove  $\mathcal{D} = \{a, b, c\}$  ed  $\alpha$  è definita come segue

$$\alpha(P)(w) = \begin{cases} \mathbf{T} & \text{se } w \in \{a, b\}, \\ \mathbf{F} & \text{altrimenti.} \end{cases} \quad \alpha(Q)(w, v) = \begin{cases} \mathbf{T} & \text{se } (w, v) \in \{(a, a), (c, a), (c, b), (b, c)\}, \\ \mathbf{F} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si calcoli cioè  $I_{\rho_0}(\Phi)$  usando le regole della semantica del primo ordine, dove  $\rho_0$  è un assegnamento arbitrario.

4. Per ognuno dei seguenti enunciati si fornisca un adeguato alfabeto del primo ordine, una interpretazione su un dominio da definire e una formula del primo ordine che lo formalizza

- “Tutti gli studenti che superano l'esame di un corso lo hanno frequentato”
- “Le squadre che non hanno passato la prima fase sono scarse, ma ci sono squadre scarse, che hanno passato la prima fase, come il Brasile.”