LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE - a.a. 2019-2020
Simulazione della Prima prova di verifica intermedia - 31/10/2019

Attenzione: Le soluzioni che seguono sono considerate corrette dai docenti. Per ogni esercizio possono esistere altre soluzioni corrette, anche molto diverse da quelle proposte.

ESERCIZIO 1
Si dimostri che la seguente proposizione è una tautologia, senza usare tabelle di verità:

$$P \wedge R \Rightarrow (Q \Rightarrow \neg S \wedge R) \;\equiv\; R \wedge S \Rightarrow (P \Rightarrow \neg Q)$$

ESERCIZIO 2
Per ognuna delle seguenti formule si dica se si tratta di una tautologia oppure no. Se è una tautologia si fornisca una dimostrazione altrimenti si fornisca un controesempio.

1. $(Q \wedge R) \vee (\neg Q \wedge P) \Rightarrow (P \vee Q \Rightarrow R \wedge Q)$
2. $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R))$

ESERCIZIO 3 (Speciale Halloween)
Si consideri l'alfabeto del primo ordine con $\mathcal{C} = \{g\}$, $\mathcal{P} = \{S, D, =\}$, dove i simboli di predicato S e $=$ sono binari, mentre D è unario. Si consideri l'interpretazione $\mathcal{I} = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove $\mathcal{D}$ è l'insieme di tutti gli studenti e α è definita come segue:

- $\alpha(g)$ è Gianni,
- $\alpha(S)(p, q) = \mathbf{T}$ se e solo se lo studente p farà uno scherzo allo studente q,
- $\alpha(=)(p, q) = \mathbf{T}$ se e solo se p e q sono lo stesso studente,
- $\alpha(D)(p) = \mathbf{T}$ se e solo se lo studente p avrà un dolce.

Si formalizzi il seguente enunciato:

Gianni avrà un dolce ma ogni studente che farà uno scherzo ad un altro studente non avrà un dolce

ESERCIZIO 4
Si calcoli, motivando la risposta, il valore di verità della formula

$$\Phi = (\forall x \,.\, (\exists y \,.\, Q(x, y) \;\Rightarrow\; \neg P(x)))$$

nell'interpretazione $\mathcal{I} = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove $\mathcal{D} = \{1, 2, 3\}$ ed α è definita come segue

$$\alpha(P)(z) = \begin{cases} \mathbf{T} & \text{se } z \in \{1, 2\} \\ \mathbf{F} & \text{altrimenti.} \end{cases} \qquad \alpha(Q)(z, v) = \begin{cases} \mathbf{T} & \text{se } (z, v) \in \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,3), (3,1)\} \\ \mathbf{F} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si calcoli cioè $\mathcal{I}_\rho(\Phi)$ usando le regole della semantica del primo ordine, dove ρ è un assegnamento arbitrario.