
Cognome

Nome

Matricola

Firma

Corso di Laurea in Informatica
PROVA SCRITTA DI CALCOLO NUMERICO
16/01/2020

Si ricorda che le funzioni Matlab richieste negli esercizi devono essere trascritte sui fogli consegnati poiché non sarà scaricato alcun file Matlab dai computer sui quali operate.

Esercizio 1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e per $n \geq 3$ si consideri la matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ i cui elementi sono

$$a_{ij} = \begin{cases} i & \text{se } i = j \\ i\alpha & \text{se } i = j + 1 \text{ e } j = 1, \dots, n-1 \\ -\alpha & \text{se } i = 1 \text{ e } j = n \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Ad esempio per $n = 4$ abbiamo

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\alpha \\ 2\alpha & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3\alpha & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4\alpha & 4 \end{bmatrix}.$$

1. Si dica se esistono valori del parametro α per cui la matrice A risulta a predominanza diagonale.
2. Si dica se esistono valori del parametro α per cui la matrice A risulta singolare.
3. Si studi, al variare del parametro α , la convergenza dei metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel
4. Si scriva una funzione Matlab che dati in ingresso il parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ e i vettori $\mathbf{x}_0, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ esegua iterazioni del metodo di Jacobi applicato ad A con punto iniziale \mathbf{x}_0 arrestandosi quando $\|x_{k+1} - x_k\|_2 < tol$ o se sono state effettuate 100 iterazioni. La funzione deve restituire in uscita il vettore \mathbf{x}_k e k il numero di iterazioni effettuate. Se ne valuti il costo computazionale e l'occupazione di memoria.

Esercizio 2. Si consideri l'equazione

$$f(x) = e^x - 4 \sin x = 0$$

1. Si determini il numero di soluzioni positive dell'equazione
2. Si analizzi la convergenza delle successioni generate dal metodo delle tangenti applicato a $f(x) = 0$ con $x_0 = 0$ e $x_0 = 2$ rispettivamente.
3. Si scriva una funzione MATLAB che dato in input x_0 calcola la successione generata dal metodo delle tangenti applicato a $f(x) = 0$ con punto iniziale arrestandosi quando $|x_{k+1} - x_k| < 2^{-40}$ o $k > 1000$ e restituendo in uscita la coppia (x_k, k) . Si riportino i valori di k e x_k ottenuti per $x_0 = 0$ e $x_0 = 2$.